

磁滯現象

一 目的：

測量各種鐵磁性物質的磁滯曲線，並比較其差異。

二、原理：

(一) 磁性物質的分類：

磁性物質最常見的分為順磁性(paramagnetism)，抗磁性(diamagnetism)和鐵磁性(ferromagnetism)三類(文獻1、2)。這三種磁性分別由不同的原因所產生，茲分述如下：

順磁性物質的組成原子具有本質磁偶極矩(intrinsic magnetic dipole moment)，在一般溫度下，由於熱運動，各原子的磁偶極做隨機排列，對外界沒有磁性作用。如果受到外加磁場 B_0 的影響時，各磁偶極的位置能為

$U = -\mu \cdot B_0$ 。按照統計力學，磁偶極矩的分佈機率和 $\exp(-U/kT)$ 成正比。經計算後，全部原子所具有的平均磁偶極矩^{#1}為 $\mu \tanh(\mu B_0/kT)$ 。在高溫($kT \gg \mu B_0$)的條件下，這一類物質的磁化強度(Magnetization)為 $M = (N/V)\mu^2 B_0/kT$ ，其中 N/V 為每單位體積內的原子數目。反之，

在低溫($kT \ll \mu B_0$)的條件下， $M \approx N\mu/V\hat{z}$ (\hat{z} 為 B 方向的單位向量)所有的永久性磁偶極方向幾乎都與磁場的方向相同。由於 M 與 B_0 方向相同，故對外界呈現出順磁性。抗磁性物質的組成原子沒有本質磁偶極矩，如果對這種物質施以外加磁場，電子繞原子核運動的軌道角動量會繞著磁場方向作進動(precession)

，而產生一個磁偶極矩(文獻1、3)

$$\mu = -\frac{e^2}{4m_e} \langle \rho^2 \rangle B_0 \quad (1)$$

上式中， ρ 為電子的軌道在與磁場垂直的平面上投影的軌道半徑； e 和 m_e 分別為電子的電量和質量。由於 μ 的方向與磁場相反，整個物質的磁化強度 $M = (N/V)\mu$ 也與磁場方向相反，因此稱為抗磁性物質。所有的材料都具有抗磁性，只是順磁性和鐵磁性物質的抗磁性都太小，不足以顯現出來。

至於鐵磁性，一般都以磁田(magnetic domains)理論來解釋。一塊鐵磁性物質是由若干個稱為磁田的區或所

#1 這裡假設 $\bar{\mu}$ 只有沿 \bar{B}_0 與 $-\bar{B}_0$ 兩種方向的可能性。

組成的(圖1)，每一個磁田內的原子或分子的磁偶極因為彼此的互換耦合(exchange coupling)作用而作同方向排列，由外界看來，每一個磁田都相當於一個磁偶極。但是，在沒有外加磁場 B_0 時，各個磁田的磁偶極方向是散亂的，因此，巨觀上不會表現出磁性來。如果施以外加磁場，則和磁場同方向的磁田會增大，在每個磁田內的磁偶極會逐漸依外加磁場方向排列，外加磁場越大，磁偶極的排列越整齊。不過，如果外加磁場夠大，磁偶極大都會沿著磁場方向排列(圖2)，這個磁鐵性物質的磁性便達到飽和狀態，即使再增大外加磁場，也無法再增加鐵磁性物質本身的磁性(圖3中的曲線由a到b的部份)。

鐵磁性物質若在上述的外加磁場作用之下，達到磁性飽和後，再將外加磁場逐漸減小到零，會發現物質本身的磁性並不會因為外加磁場的消失而立即消失(圖3，由b到C的部份)。這是因為磁田間的摩擦使部份磁偶極的排列仍舊保持在原有的方向上。如果把外加磁場的方向反過來，我們會得到由c到d的類似結果，這個現象稱為磁滯現象(magnetic hysteresis)。是鐵磁性物質的特有性質。圖3為一個完整的磁滯曲線，圖中 B_M 代表鐵磁性物質的磁場強度， B_s 代表鐵磁性物質的飽和磁場強度。

(二)由細長磁棒所產生的磁場：

假設由鐵磁性物質做成的細棒被磁化後，磁化強度(magnetization)為M。我們可以想像成磁性是由許多個小磁偶極 μ 所組成的，磁化強度M與磁偶極 μ 的關係 $M = N\mu/V$ ，其中V為鐵磁性物質的體積。N為V內的原子數目。由一個磁偶極 μ 引起的磁場(文獻4、5)為

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \hat{\mu})}{|r|^3} \quad (2)$$

r為由 μ 所在的位置指向測量點的單位向量。 $|r|$ 為這兩點間的距離。在圖4中我們設定坐標，使磁棒S極位於原點。N極位於 $+\hat{z}$ 軸上P點，設定待測點R的方向為 \hat{x} 軸，在磁棒上 dz 長度內的磁偶極數目為 $(N/V) \cdot A \cdot dz$ ，因此由這些磁場極所產生的磁場為

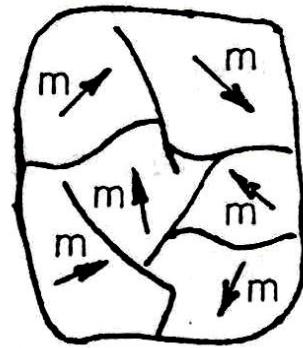


圖1 沒有外加磁場時的磁田。

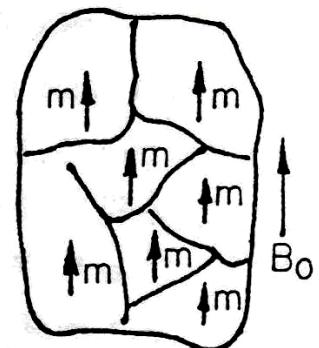


圖2 在外加磁場時的磁田。

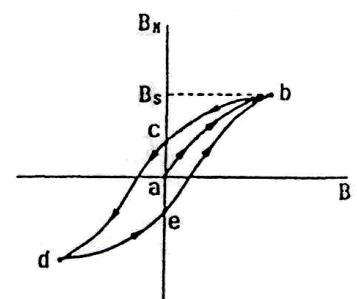
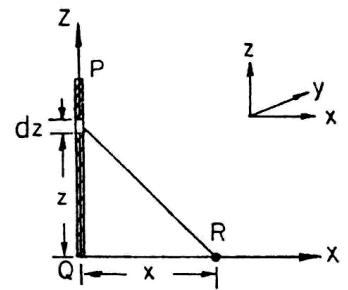


圖3 磁滯曲線。

$$dB = \frac{N}{V} Adz \frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \mu) - \mu}{r^3}$$

考慮 x 方向的分量

$$B_x = \int_0^{PQ} \frac{NA}{V} \frac{-3\mu x z dz}{(x^2 + y^2)^{5/2}} = \frac{MA}{(QR)^2} \left[1 - \left(\frac{QR}{PR} \right)^3 \right] \quad (3)$$



(三) 儀器：

本實驗的裝置如圖5所示，利用電流源在螺線管H產生磁場(這是樣品的外加磁場 B_0)，使樣品細棒磁化，以便測量磁化強度 M ，因為H螺線管的長度遠大於其半徑，管內空間的磁場可視為均勻的，以SI制表示，其強度為

$$B_0 = \mu_0 n I \quad (4)$$

其中 μ_0 為真空中的磁導率 $4\pi \times 10^{-7} T \cdot m/A$ ， I 為每單位長度內的線圈數。對本儀器而言， n 為 19 匝/cm。因為螺線管並非無限長，管外磁針N仍可測到由它所產生的磁場。

磁化強度的測量是藉著適當的擺置方向，用磁針的偏轉角度來測量磁化強度與地球水平分量的比值而得到的，假設在設定坐標時，以桌面上的東西方向為 x 軸，南北方向為 y 軸，則磁針偏轉角度 Φ' 滿足下列方程式

$$\tan \Phi' = \frac{B'}{B_E}$$

其中 B_E 為地磁的水平分量(大約 0.36 Gauss)； B' 是由 H 螺線管和磁棒一起引起的，若是要消去螺線管(對外部某一點)的磁場，必須在 x 軸上加一個線圈 c (電流與 H 螺線管串聯)調整其位置，才能抵消螺線管的外磁場，量到只由磁化現象所產生的偏轉角度 Φ 。

$$\tan \Phi = \frac{B_X}{B_E}$$

由(3)式解出磁化強度為

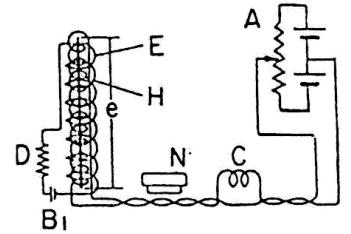


圖 5 測量磁滯曲線的實驗裝置。N 為磁針。

$$M = \frac{B_E(QR)^2}{A \left[1 - \left(\frac{QR}{PR} \right)^3 \right]} \tan \Phi = A \tan \Phi$$

其中常數 a 為

$$a = \frac{B_E(QR)^2}{A \left[1 - \left(\frac{QR}{PR} \right)^3 \right]}$$

因此，由 $\tan \Psi - I$ 圖可以得到各種鐵磁性物質的磁滯曲線，也可以由(4)式與(6)式換算，繪出 B_o 與 M 的關係圖。

儀器上另有一副線圈E(見圖5)，可以用來抵消地磁的垂直分量。

三、儀器與配件：

測磁滯曲線的裝置(包括長螺線管，磁針及直流電源供應器);不同鐵磁性材料製成的細棒樣品4枝，其成份分別為軟鐵、鋼、mumetal^{#2}以及鎳。

四、步驟：

(一) 調整裝置：

1. 將儀器沿東西方向擺置，使磁針指著南北方向^{#3}，調整刻度盤使指針讀數為零，並指向螺線管中心線的底部。
2. 抵消螺線管所產生的水平分量：

將磁針置於離螺線管的7~10公分處，過1安培電流於螺線管H(管內未放置待測細棒)，此時，螺線管產生的外磁場會使磁針偏轉。調整線圈C的位置以抵消磁場，使指針回到原來的方向。

3. 抵消地磁鉛垂分量：
- 利用E線圈以另一直流電源調整至磁針水平。由於地磁的鉛垂分量相當小，而且本實驗只在x-y平面上讀取偏轉角度，此項步驟可以省去。

^{#2} mumetal 為 permeability 較大之磁性材料，可將外加磁場之磁力線集聚通過 mumetal 材料本身，如做成中空之圓柱狀，則中空部份之磁場比外加磁場減少甚多，通常用作磁屏障之用。

^{#3} 刻度盤上細針與磁針互相垂直，因此指東、西向。

4. 設定最大偏轉角：

螺線管H內置入一支待測細棒，通2安培電流於螺線管H，如果指針偏轉角度超過60度^{#4}，則調整線圈C，使其偏轉角小於60度，然後再重覆步驟2，直到符合各步驟的需求為止。

#4 由於指針偏轉角 Ψ 大於60度時。 Ψ 值會增加一點， $\tan \Psi$ 會增加很多，即使 Ψ 的誤差很小，也會使 $\tan \Psi$ 產生很大的誤差。實驗時必須使偏轉角在小於60度的範圍內操作。

(二) 待測樣品去磁：

1. 將組棒置入去磁用交流線圈內，將電壓調高，然後緩緩降為零，如此可達到去磁的作用(文獻7)。
2. 細棒拿出後改另一方向置入，重覆步驟1。

#5 注意：若改變電流時。改變量超越 ± 0.2 安培時，必須使電流依一定方向增加。(為什麼?)

(三) 測量磁滯曲線：

1. 將組棒樣品鉛垂插入螺線管H內，使螺線管H上有0.1安培的電流，等待30秒至1分鐘(為什麼？)，記錄磁針偏轉的角度。
2. 逐漸增加電流，每次增加0.2安培，依次記錄磁針的偏轉角度^{#5}，直到所量得的 Φ 達飽和值(此時電流約為2安培)為止。如此可得到圖3曲線a到b的部份。每次改變電流時，均續做短暫時間的等候，才可記錄數據。
3. 將電流逐漸減小，記錄偏轉角度 Ψ ，測量圖3中b到c的部份。
4. 以負電流依同樣方式測量磁棒磁滯曲線的c→d→e部份。
5. 改變電流方向，進行e→b部份的測量。
6. 由所得數據畫出 $\tan \Phi - I$ 圖，其圖形為何？
7. 按照公式(4)、(6)換算，繪出 $M - B_0$ 圖，你需要測量細棒直徑、長度及圖4的QR、PR等數值。參考數據：直徑。0.101 cm，長度33cm，QR ≈ 8 cm。

五、問題：

1. 試導證公式(3)。[提示：請參考“磁矩與磁場”原理部份]
2. 各種細棒的磁滯曲線之間有何差異？代表什麼物理意義？
3. C線圈和H螺線管上通的電流為何採串聯方式，而不分由兩個直流電源供應器提供？

六、參考文獻:

1. 李恬嚴:大學物理學，十三版，第三冊(東華書局，民國七十四年) §22-1~§22-5，1161頁；
§22-8，1200 頁。
2. D. Halliday & R. Resnick: Fundamentals of Physics, extended 3rd ed., (John Wiley & sons Inc., 1988) §34-1~§34-9, p.782 ~794 。
3. 吳大猷:理論物理，第三冊(聯經出版事業公司，民國六十八年) §6-2~§6-3 , p.223~232 。
4. D. J. Griffiths: Introduction to Electrodynamics, 2nd ed., (Prentice Hall, 1989), ch. 6.
5. P. Lorrain, D. P. Corson and F. Lorrain: Electromagnetic Field and Waves, 3rd ed., (1988) §18-4, p.333 – 340 。
6. J. D. Jackson: Classical Electrodynamics, 2nd ed., (MEI YA Inc., 台灣版，1978) §5-6 , p.180-184 。
7. J. D. Kraus: Electromagnetics, 4th ed., (McGraw- Hill Inc., 1991) §8-13~§8-17, p.340-348 。