

角動量

一、目的:

驗證角動量與其相關變數間的關係

二、原理:

如果一個系統的角速度只有沿z方向的分量 ω_z ，則角動量的z分量 L_z 與轉動慣量 I_{zz} 的關係為:

$$L_z = I_{zz} \omega_z \quad (1)$$

如果對這個系統施予一力矩 τ ，則系統的角動量z分量 L_z 的時變率與力矩 τ 間的關係為

$$\frac{dL_z}{dt} = \tau_z = (r \times F) = rF \sin \varphi \quad (2)$$

其中 r 為產生力矩 τ 的外力 F 與系統原點的位置向量， φ 為 r 與 F 的夾角，參看圖1。

假設系統的質點分佈不隨時間而變，而且起始角動量為零。在x-y平面上受到均勻外力 F 作用 Δt 的時間後，系統角動量在z方向的分量將改變

$$\Delta L_z = \tau F \sin \varphi \cdot \Delta t \quad (3)$$

本實驗將靜止的鋼球由某一高度釋放，對圓盤氣墊桌產生非彈性碰撞，觀察圓盤的轉速，用以驗證角動量守恆律。假設鋼球被釋放的高度差 h ，鋼球與圓盤碰撞後成為系統的一部份，因為旋轉系統的質量(轉動慣量)

相當大，可以當作撞擊的瞬間，鋼球的速率由 $v = \sqrt{2gh}$ 降為零，則鋼球在碰撞期間 Δt 之內施予系統的力為

$$F = \frac{mv}{\Delta t} \quad (4)$$

系統所得到的角動量為

$$\Delta L_z = mr\sqrt{2gh} \sin \varphi \quad (5)$$

因尚未碰撞之前，系統並無角速度， ΔL_z 就是碰撞後系統的角動量 L_z 。將(5)式代入(1)式，可得到

$$\omega_z = \frac{mr\sqrt{2gh}}{I_{zz}} \sin \varphi \quad (6)$$

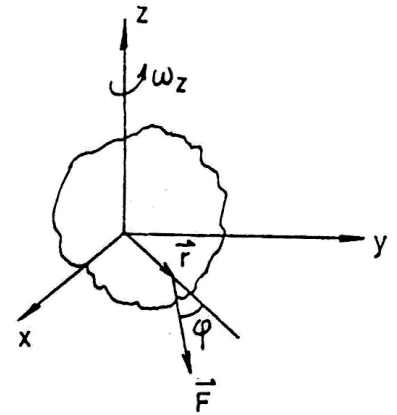


圖 1

三、儀器與配件:

圓盤氣墊桌、送風馬達、鋼球 3粒、平衡用砝碼1塊、金屬軸承1支、金屬架1個、鋼球軌道1個。

[注意事項]

圓盤氣墊桌的主要結構是兩個圓盤。上圓盤由馬達帶動，可作固定頻率的轉動，稱為旋轉盤。下圓盤有許多小孔，可以由吹風馬達供應空氣，將上圓盤吹起，使它在不受摩擦的情況下轉動。使用空氣桌時，必須特別注意下列事項:

1. 實驗當中，必須先把風送入空氣桌內，才可以把旋轉盤放上去，而且要在旋轉盤拿掉後才可以關掉吹風馬達的電源。
2. 把儀器固定在旋轉盤上時，切記要運用適當長度的螺絲。儀器鎖緊後，一定要檢查螺絲不可以突出於轉盤的下方。
3. 旋轉盤取下後，放置時必須上下顛倒，也就是有白線的那一面朝下，以免損壞底面。
4. 驅動輪轉動後，旋轉盤會循順時針方向轉動，此時千萬不可施加逆時針方向的力，以免損壞馬達。

四、步驟:

1. 將儀器裝置如圖2，將3粒鋼球與砝碼置於金屬軸承上，調整砝碼使系統達於水平。

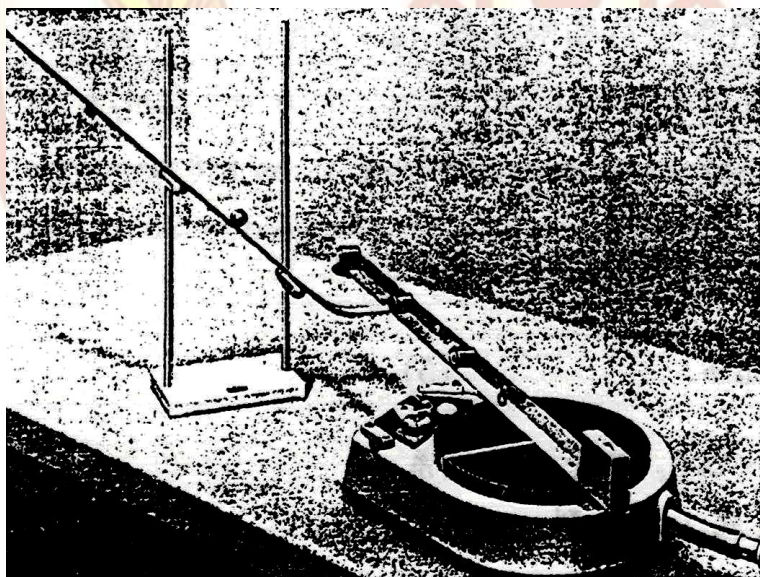


圖2 實驗裝置圖

2.由內而外，依次選取鋼球置於軌道上的適當位置，將鋼球由此點釋放，使它垂直射入橡皮圈內^{#1}，與金屬軸承做非彈性碰撞。測量碰撞後系統旋轉1/4圈所需要的時間 $T/4$ 。

#1 其它兩粒鋼球一直保持在橡皮圈內。

3.測量非彈性碰撞用的鋼球在碰撞後與系統轉軸間的距離 r ，作 $T/4$ 與 T 之關係圖，討論圖形所代表的物理意義。

4.調整軸承末端橡皮圈的角度 φ ^{#1}，將鋼球由軌道上的定點釋放，垂直射入橡皮圈內，同時測量系統旋轉1/4圈所需的時間 $T/4$ 。作 $1/T$ 與 $\sin \varphi$ 之關係圖。

5.將末端的橡皮圈調回原來 90° 的方向。將鋼球由不同的高度釋放，記錄碰撞後系統旋轉1/4圈所需的時間 $T/4$ 。畫出 $1/T$ 與鋼球釋放高度 h 的關係圖

五、問題:

1. 實驗中，我們做了三個假設: (1) 在作用時間內外力 F 為均勻的; (2) 系統於碰撞發生之初即擁有角速度; (3) 碰撞後的瞬間，鋼球的速度可以忽略。這些假設對於實驗結果會產生多大的影響?

2. 實驗步驟要求測量系統旋轉1/4 圈所需的時間有什麼意義嗎? 如果測量旋轉半圈，或一圈的時間，是否得到相同的 T ?

六、參考資料:

1. 李怡巖: 大學物理學，第一冊，十五版(東華書局，民國76年10月), Chap.5, p.305~p.352

