

# 第一章 前言

近年來，對於宇稱不守恆(parity nonconservation, PNC)有許多詳細的研究 [1,2]，研究裡結合了許多重要元素如銫(cesium)和鉈(thallium) [3,4]的原子理論，這些研究使得基本原子物理在標準弱電場(standard electroweak model)裡的測試有了進一步的發展。對於鉈原子而言，需要使用一種理論計算來得到該原子的結構 [5,6]，這種計算方式對於原子結構需要多種高精度的測量，利用這些實驗測量的結果，可以測試理論計算結果的準確性，提供理論模型必要的參數，並且能夠引導出理論計算的下一個研究方向。

當我們在研究原子的本質，對於原子裡的躍遷強度(transition-amplitude)或史塔克效應(Stark-effect)測量，如果同時使用超精細常數(hyperfine constant)的測量結果和同位素分裂(Isotope-shift)的研究，就可以對原子結構提供更詳細的訊息。

因為原子 PNC 的效應取決於電子波函數在靠近原子核時的行為，將這些超精細分裂(hyperfine splitting, HFS)測量運用在計算上是很有用的，最近這幾年在元素鉈上就進行了許多的研究[4,5]，因為鉈原子的特殊結構，隨時把實驗數據代入，即可驗證理論計算的正確性。

為使得鉈原子同位素在  $6P_{1/2}$  和  $6P_{3/2}$  的超精細分裂有較高的精確性，在 1950 年代曾使用微波技術[7]，準確性在 1 kHz 以下。相較於這樣子的情況，鉈原子在  $7S_{1/2}$  的研究則有較差的準確性，對於內部結構也較難了解。

鉈原子的  $6P_{1/2}$  和  $7S_{1/2}$  因有 Hyperfine splitting 而各分裂成二個能階，共有四個能階，各個能階之間因由於要遵守選擇定則(selection rule)而有三條躍遷，又因為同位素  $^{203}\text{Tl}$  和  $^{205}\text{Tl}$  的關係，總共會有六條躍遷譜線，如圖 1.1 所示，分別編號為 A F。

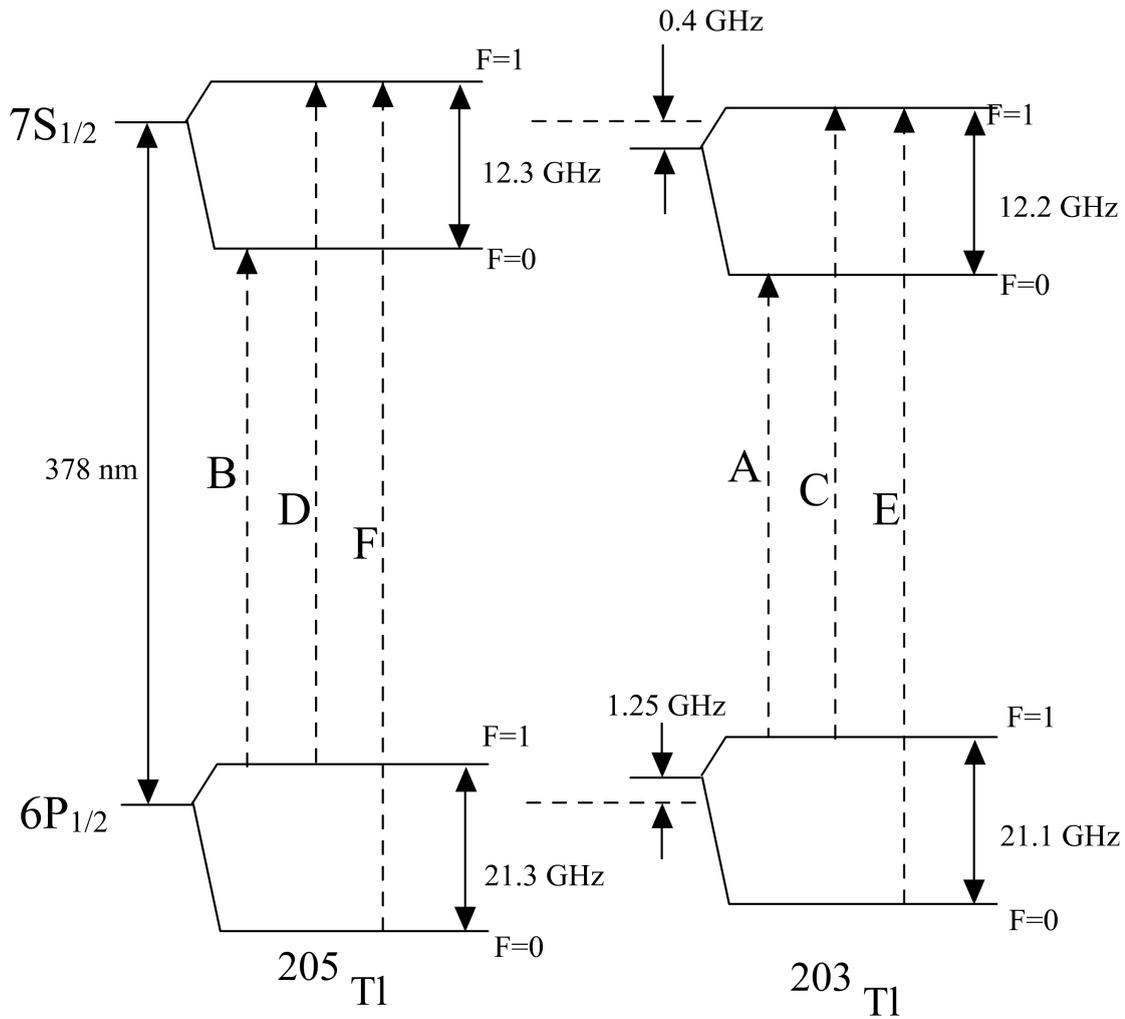


圖 1.1  $6P_{1/2}$  和  $7S_{1/2}$  的能階分裂圖

圖 1.2 所示為 A-F 六條譜線的相對位置，也是本實驗最主要在測量的光譜圖，目前實驗中所得到的 Hyperfine splitting 數據為：

Ref.[7]:  $^{205}\text{Tl}$  和  $^{203}\text{Tl}$  在  $7S_{1/2}$  的 Hyperfine splitting 分別是 12294.5 MHz 和 12180.5 MHz

Ref.[7]:  $^{205}\text{Tl}$  和  $^{203}\text{Tl}$  在  $6P_{1/2}$  的 Hyperfine splitting 分別是  $21310.835 \pm 0.005$  MHz 和  $21105.447 \pm 0.005$  MHz

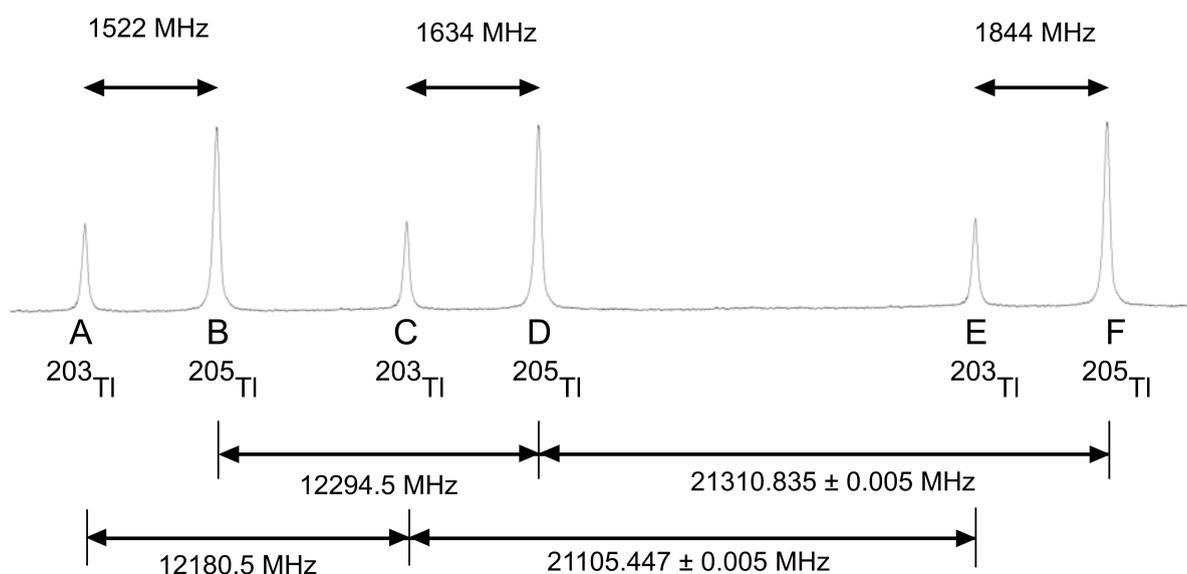


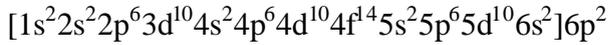
圖 1.2  $6P_{1/2} \rightarrow 7S_{1/2}$  躍遷光譜的模擬

在本實驗中的光學部分，使用二台 Ti:sapphire 雷射，各經過具有 LBO 晶體的倍頻共振腔(Enhance Ring Cavity)，倍頻後產生 377nm 和 351nm 波長的雷射，此光源將可用於激發鉈原子的能階；在產生鉈原子束方面，則將鉈原子放入加熱腔體內，加熱後使氣體的鉈原子從腔體上的小孔噴出，便可產生鉈原子束，原子束和雷射光的路徑最後在真空腔內垂直交叉，因此可減少都卜勒效應的影響，讓光譜能更準確地量測，利用實驗結果，可以用來計算鉈原子的同位素分裂(Isotope-shift)和超精細分裂(Hyperfine splitting)，更能確定出鉈原子的結構。

## 第二章 基本原理

### 2.1 鉈原子能階

基態的鉈原子是處於  $6P_{1/2}$ ，鉈原子的電子組態為：



本實驗先使用 377 nm 的光將鉈原子從  $6P_{1/2}$  激發至  $7S_{1/2}$  的能階，觀察  $7S_{1/2}$  落至  $6P_{3/2}$  的綠色螢光，可獲得  $6P_{1/2} \rightarrow 7S_{1/2}$  的光譜，之後，對於能階暫時處於在  $6P_{3/2}$  的鉈原子，再使用 351 nm 的雷射光將原子激發上  $6D_{5/2}$  的能階，待鉈原子落至  $6P_{3/2}$  的時候觀察其螢光光譜。

當原子從  $7S_{1/2}$  落至  $6P_{3/2}$  時，這個波長是肉眼特別敏感的綠光，因此，當鉈原子發生  $6P_{1/2} \rightarrow 7S_{1/2}$  躍遷時，在鉈原子束和雷射光互相重疊的地方可見到綠色螢光的產生。

圖 2.1 是鉈原子的能階圖，由 Hyperfine splitting 可知有如下之階分裂，鉈原子由能階  $6P_{1/2}(F=0)$  被激發至  $7S_{1/2}(F=1)$  為第一個躍遷光譜，從  $6P_{3/2}(F=2)$  激發至  $6D_{5/2}(F=3)$  為第二個躍遷光譜。

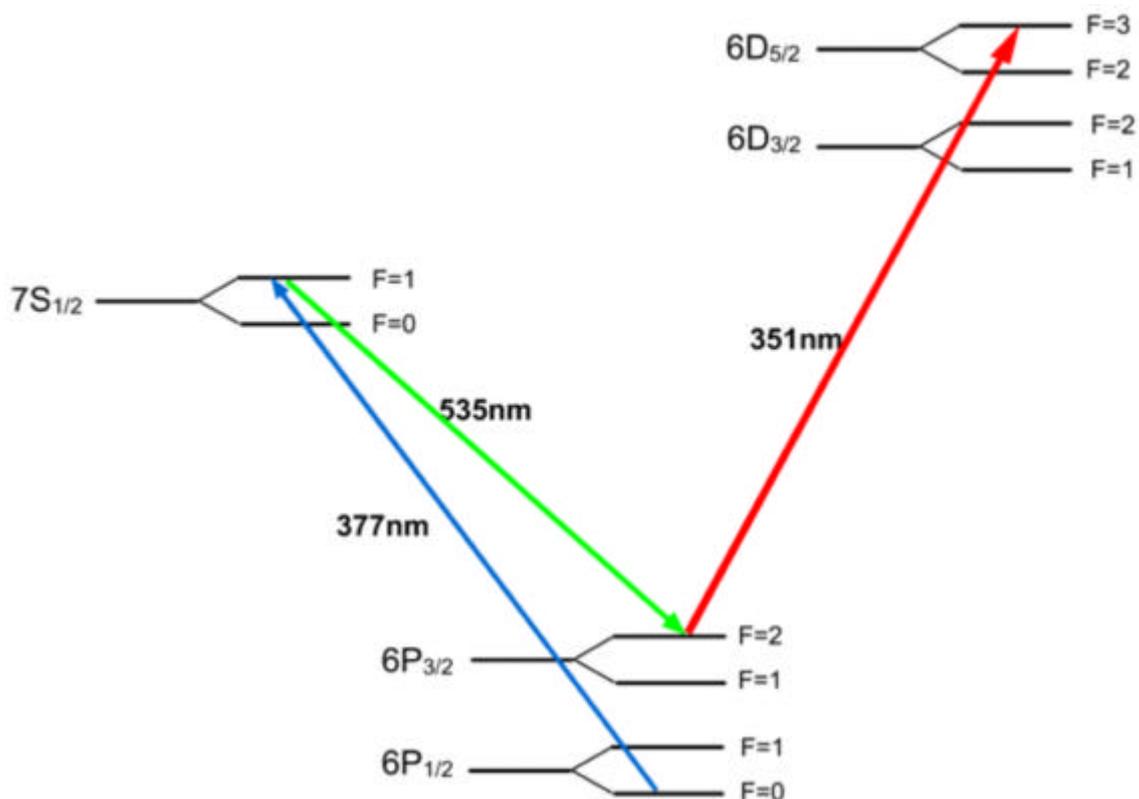


圖 2.1 鉈原子能階圖

## 2.2 理論計算譜線數值

### 2.2.1 譜線自然頻寬 (natural linewidth)

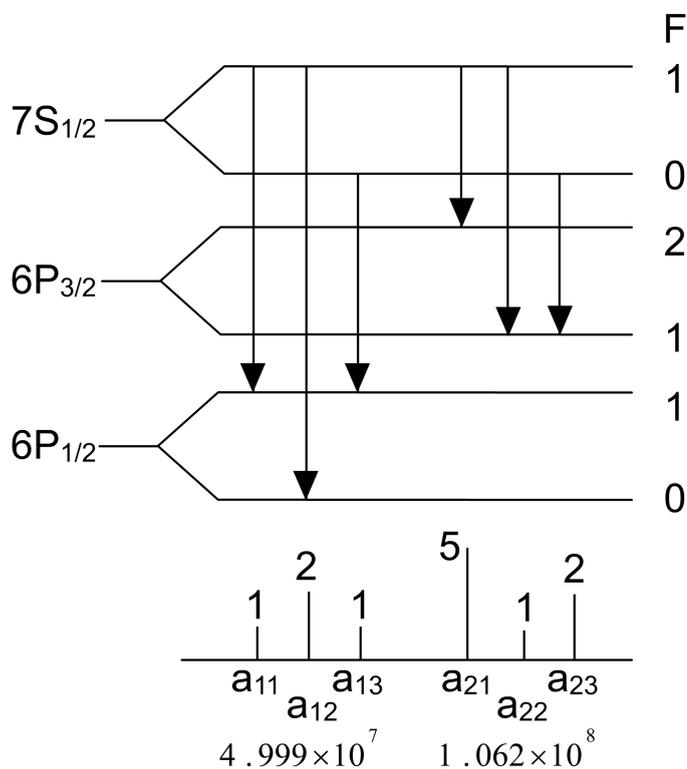


圖 2.2 各譜線間躍遷強度比例示意圖

如圖 2.2 所示，在  $7S_{1/2}$ 、 $6P_{3/2}$  和  $6P_{1/2}$  之間共有六種躍遷的方式， $a_{11}$ ， $a_{12}$ ， $a_{13}$ ， $a_{21}$ ， $a_{22}$ ， $a_{23}$  分別是這幾種方式的 Einstein A coefficient。

半衰期和 Einstein A coefficient 有如下的關係

$$A \rightarrow \frac{1}{t}; A_i = \frac{1}{t_{total}} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} \dots = \sum_k A_{ik}$$

由第 2.5 節所推導出的結果，可以知道躍遷強度在  $7S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  和  $7S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$  的比例為 1 : 2，這是由於考量這二個能階所有的譜線躍遷強度 (1+2+1) : (5+1+2) 所得到的關係，這兩組能階躍遷的 Einstein A coefficient 分別是  $4.99 \times 10^7$  和  $1.062 \times 10^8$ ，比例也是 1 : 2，其中的意義是處於  $7S_{1/2}$  能階的鉍原子在同時掉至  $6P_{1/2}$  和  $6P_{3/2}$  時，較容易落至  $6P_{3/2}$  的能階上。

接著可以依照比例分配的原則，求出  $7S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  和  $7S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$  各能階間的 Einstein A coefficient :

$a_{11} = 4.999 \times 10^7 \times \frac{1}{4} = 1.24975 \times 10^7 s^{-1}$	$a_{21} = 1.062 \times 10^8 \times \frac{5}{8} = 6.6375 \times 10^7 s^{-1}$
--	---

$a_{12} = 4.999 \times 10^7 \times \frac{2}{4} = 2.4995 \times 10^7 s^{-1}$	$a_{22} = 1.062 \times 10^8 \times \frac{1}{8} = 1.3275 \times 10^7 s^{-1}$
$a_{13} = 4.999 \times 10^7 \times \frac{1}{4} = 1.24975 \times 10^7 s^{-1}$	$a_{23} = 1.062 \times 10^8 \times \frac{2}{8} = 2.655 \times 10^7 s^{-1}$

由以上這些數據可以得到處於  $7S_{1/2}(F=1)$  能階上的  $A_i$

$$A_i = \sum A_{ik} = a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = 1.1743 \times 10^8 s^{-1} = \frac{1}{t_{total}}$$

$$w = \frac{1}{A_i} = t_{total} = 8.51571 \times 10^7 s^{-1}$$

$$f = \frac{w}{2p} = 1.3553 \times 10^7 s^{-1}$$

從  $7S_{1/2}$  下落的譜線中, 自然線寬為  $13.553 MHz$ , 要特別注意的是由 A value 所得的自然線寬是用紫光(雷射經倍頻後的波長)所得到的, 但實際記錄數據時是以紅光 (即未倍頻之前的波長) 當做參考頻率, 所以所得到的  $f$  還要再除以 2 :

$$f = \frac{13.553 MHz}{2} = 6.777 MHz$$

6.777 MHz 即為  $7S_{1/2}$  的自然線寬。

## 2.2.2 都卜勒增寬效應

一般來說, 要測量原子或分子的自然線寬如果沒有特殊的方法是很難測量到的, 因為自然線寬的譜線圖形常常因為受到其他的增寬效應而被掩蓋掉了, 當原子或氣體分子在低氣壓裡被測量時, 一個最主要把自然線寬掩蓋住的原因是都卜勒效應, 這個效應經常發生在受測分子在吸收或發散時因為熱運動所產生的。

在測量鉈原子的光譜時, 因為本實驗所採用的是鉈原子束, 當原子全部朝同一個方向運動時, 相對於測量儀器即會產生都卜勒效應, 所以在分析測得的光譜結果時, 譜線因為都卜勒效應而增寬的現象是需要被考慮的。

首先, 我們考一個原子相對於靜止的座標係而言具有速度

$v = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$ , 若最初原子所發散出來的中心頻率是  $w_0$ , 在靜止座標系上觀察, 因為都卜勒效應的關係, 所測量到的頻率則為:

$$w_e = w_0 + k \cdot v$$

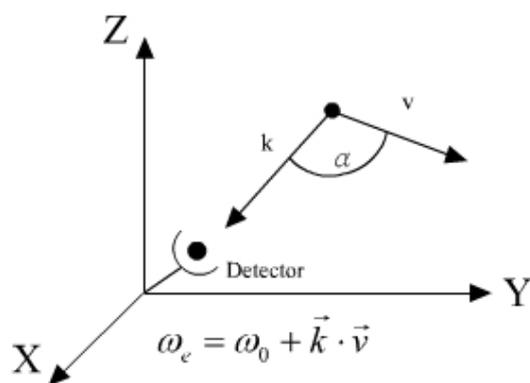


圖 2.3 慣性座標系下觀察原子頻率

如果原子運動的方向是向著觀察者，因為  $k \cdot v > 0$  的關係，那麼所測得的發散頻率  $\omega_e$  將會增加反之， $\omega_e$  將會減少 ( $k \cdot v < 0$ )。

同樣的，對於一個電磁波  $E = E_0 \exp(i\omega t - k \cdot r)$  而言，如果一個吸收頻率為  $\omega_0$  的原子以速度  $v$  和其相交，那麼在靜止座標系上所觀察到波的頻率  $\omega$  將變成為

$$\omega' = \omega - k \cdot v$$

如果  $\omega'$  和它的本徵頻率(eigenfrequency)  $\omega_0$  一致的話，這個原子將只能被吸收，吸收頻率  $\omega = \omega_a$  將變成為

$$\omega_a = \omega_0 + k \cdot v$$

在原子放射的形況，當原子運動的方向和波傳遞的方向平行，吸收頻率  $\omega_a$  將會增加 ( $k \cdot v > 0$ ) 或是減少 ( $k \cdot v < 0$ )。

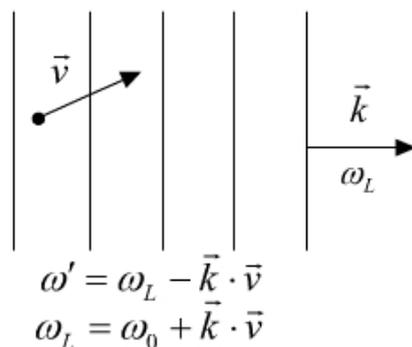


圖 2.4 吸收頻率示意圖

為了和電磁波傳遞的方向一致，我們選擇原子具有 +z 方向的速度，

$k = 0\hat{i} + 0\hat{j} + k_z\hat{k}$  且  $|k| = 2\pi / \lambda$ ，將之代入  $\omega_a = \omega_0 + k \cdot v$ ，則可以得到

$$\omega_a = \omega_0 \left( 1 + \frac{v_z}{c} \right) \text{ 或是 } \Delta\omega = \omega_0 \left( \frac{v_z}{c} \right)$$

上式表示了線性都卜勒的譜線偏移

在熱平衡的時候，氣體原子符合馬克斯威爾的速率分佈圖，假設在溫度  $T$  時，每單位體積內速率分佈在  $v_z$  和  $v_z + dv_z$ 、能量  $E_i$  的原子數量為  $n_i(v_z)$ ，則

$$n_i(v_z)dv_z = \frac{N_i}{v_p \sqrt{\pi}} e^{-(v_z/v_p)^2} dv_z$$

在能量為  $E_i$  的總原子密度為  $N_i = \int n_i(v_z)dv_z$ ，原子最有可能的速率為  $v_p = (2kT/m)^{1/2}$ ， $m$  為原子的質量、 $k$  是波茲曼常數(Boltzmann's constant)。

將  $dv_z = (c/w_0)dw$  和  $w_a = w_0 \left(1 + \frac{v_z}{c}\right)$  代入上式  $n_i(v_z)dv_z$ ，就可以得到吸收頻率

偏移在  $w$  及  $w + dw$  之間的原子數目為

$$n_i(w)dw = N_i \frac{c}{w_0 v_p \sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{c(w-w_0)}{w_0 v_p}\right)^2\right] dw$$

因為發散或吸收的輻射能量  $P(w)$  和分子頻率在間距  $dw$  裡的發散或吸收的密度  $n_i(w)dw$  是成比例的，所以光譜線強度的都卜勒增寬強圖形可以表示為

$$I(w) = I_0 \exp\left[-\left(\frac{c(w-w_0)}{w_0 v_p}\right)^2\right]$$

上式是一個高斯函數的圖形(Gaussian profile)。

$$d_{wD} = 2\sqrt{\ln 2} w_0 v_p / c = \left(\frac{w_0}{c}\right) \sqrt{8kT \ln 2 / m}$$

此即是所謂的都卜勒寬度(Doppler width)，將上式以及  $1/(4\ln 2)=0.36$  代入  $I(w)$  可得

$$I(w) = I_0 \exp\left(-\frac{(w-w_0)^2}{0.36 d_{wD}^2}\right)$$

$d_{wD}$  會隨著頻率  $w_0$  線性增加並且和  $(T/m)^{1/2}$  成比例。

對於  $d_{wD}$  的方程式，我們可以再代入亞佛加厥數(Avogadro number) $N_A$ 、氣體常數  $R=N_A k$ ，於是都卜勒寬度就可以改寫成為

$$d_{wD} = (2w_0 / c) \sqrt{2RT \ln 2 / M}$$

或是以頻率為單位，再代入  $c$  和  $R$  的數值，則可得到  $d_{vD}$

$$d_{vD} = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{T / M} \quad [\text{Hz}]$$

### 2.2.3 減少都卜勒增寬效應的方法

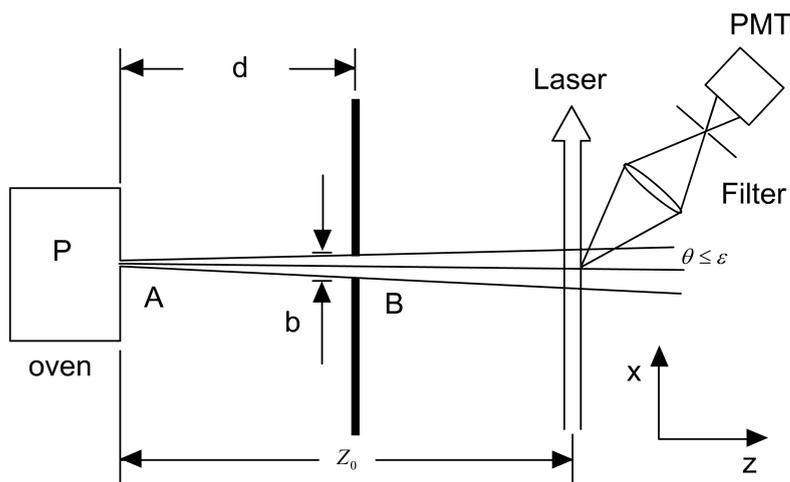


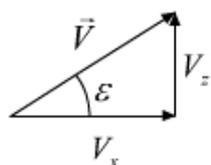
圖 2.5 減少都卜勒增寬裝置簡圖

本實驗中首先我們將鉈原子放在一個加熱腔內(oven)，升高溫度使鉈原子從固體變成氣體，在加腔裡具有壓力  $p$ ，在腔壁上挖一個小孔 A 使得鉈原子可以噴出至另一個真空槽內。為了使真空槽內部的其他分子數量減少，以便使鉈原子從小孔噴出來時可以具有極大的平均自由徑(mean free path)，將槽內的氣壓盡可能的降低，最低可降至  $10^{-7}$  torr，在這麼低的氣壓下，使鉈原子和真空槽內的分子碰撞的效應將可以忽略。

假設以鉈原子噴出來的方向為  $z$  軸，在穿過圓錐角  $q \pm dq$  之內的原子數目  $N(q)$  將正比於  $\cos q$ ，A 和 B 孔的最主要作用是調整原子束的方向，透過這兩個小孔，原子束朝  $z$  軸擴散的範圍將限定在  $-e \leq q \leq +e$  之間，原子束平行的比例(collimation ratio)將表示為

$$\frac{v_x}{v_z} = \tan e = \frac{b}{2d}$$

示意圖如下



如果相對於 B 孔的大小  $b$  而言，A 的孔徑相當的小，意即  $b \ll d$  或  $e \ll 1$ ，因為在  $q \ll 1$  的時候  $\cos q \cong 1$ ，那麼通過 B 孔之後的流量密度(flux density)將可以視為近似於原子束的直徑。

當溫度達到平衡時，在距離 A 為  $r = (z^2 + x^2)^{1/2}$  的地方，朝向  $z$  方向的鉈原子，

具有最有可能的速率  $v_p = (2kT/m)^{1/2}$  , 且分佈範圍在  $v$  到  $v + dv$  間的原子密度  $n(v)dv$  可以表示為

$$n(v, r, \mathbf{q})dv = C \frac{\cos \mathbf{q}}{r^2} nv^2 e^{-(v/v_p)^2} dv$$

C 是歸一化常數(normalization factor) , 其值是  $(4/\sqrt{\pi})v_p^{-3}$  , 於是就可以得到分子的總密度  $n$  為  $n = \int n(v)dv$  , 而平均的流量密度則是  $N = n\bar{v} = \int vn(v)dv$  。

當具有頻率  $\omega$  的單頻雷射光從  $x$  軸的方向打入時, 將已經瞄準好方向的原子束垂直的和雷射光的路徑相交, 對每一個原子的吸收機率將和它的速度分量  $v_x$  有關。在靜止座標系下具有  $\omega_0$  的原子具有速度  $v$  之後其中心頻率將會產生都卜勒偏移, 所以我們所觀察到的頻率  $\omega'_0$  將取決於原子運動的速度。

$$\omega'_0 = \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = \omega_0 - kv_x, \quad k = |\mathbf{k}|$$

事實上, 在區間  $dv_x = d\omega_n / k$  附近具有速度分量  $v_x = (\omega - \omega_0) / k$  會造成單頻光的吸收, 因為這些原子因為都卜勒效而譜線偏移後, 其頻率會進入受雷射頻率  $\omega$  共振的範圍, 其範圍和自然線寬  $d\omega_n$  的吸收躍遷有關。

當在  $x-z$  平面上的雷射光速沿著  $x$  方向傳播且經過原子束後, 它的功率將表示為:

$$P(\omega) = P_0 \exp \left[ - \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{a}(\omega, x) dx \right]$$

通常在原子束裡距離  $\Delta x = x_2 - x_1$  之內的吸收相當的小, 大致上來說

$\Delta P(\omega) = P_0 - P(x_2, \omega)$  的範圍是入射功率的  $10^{-14}W$  到  $10^{-15}W$  之間。因此我們可以利用  $e^{-x} \cong 1 - x$  的近似方式來得到吸收的效率:

$$\mathbf{a}(\omega, x) = \int n(v_x, x) \mathbf{s}(\omega, v_x) dv_x$$

吸收功率的光譜圖將表為

$$\Delta P(\omega) = P_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{x_1}^{x_2} n(v_x, x) \mathbf{s}(\omega, v_x) dx \right] dv_x$$

將  $v_x = (x/r)v \rightarrow dv_x = (x/r)dv$  和  $\cos \mathbf{q} = z/r$  代入, 可從  $n(v, r, \mathbf{q})dv$  推得原子束的密度

$$n(v_x, x)dv_x = Cn \frac{z}{x^3} v_x^2 \exp \left[ - (rv_x / xv_p)^2 \right] dv_x$$

原子束和雷射重疊區域的吸收可以  $\mathbf{s}(\omega, v_x)$  函數表示,  $\omega$  代表雷射具有的頻

率、 $v_x$  則是原子的速度分量，其光譜圖形是羅倫茲函數(Lorentzian)。

$$s(\omega, v_x) = s_0 \frac{(g/2)^2}{(\omega - \omega_0 - kv_x)^2 + (g/2)^2} = s_0 L(\omega - \omega_0, g)$$

再將 $n(v_x, x)dv_x$  和 $s(\omega, v_x)$  代入 $\Delta P(\omega)$ ，可得到吸收譜線的方程式

$$\Delta P(\omega) = a_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{x_1}^{x_2} \Delta \omega_0^2 \frac{\exp[-c^2 \Delta \omega_0^2 (1 + z^2/x^2) / \omega_0^2 v_p^2]}{(\omega - \omega_0 - kv_x)^2 + (g/2)^2} dx d\Delta \omega_0$$

在上式中， $a_1 = P_0 n s_0 g^3 z / (\sqrt{p} v_p^3 \omega_0^3)$ ， $\Delta \omega_0 = \omega'_0 - \omega_0 = v_x \omega_0 / c$ ， $\omega'_0 = \omega_0 + kv_x$  是都卜勒偏移的本徵頻率 $\omega_0$ ，當速率分佈從 0 到  $\infty$  時， $\Delta \omega_0$  的積分範圍將從  $-\infty$  取至  $+\infty$ 。

對  $x$  積分範圍的取值將從  $x_1 = -r \sin \mathbf{e}$  到  $x_2 = +r \sin \mathbf{e}$ 。

$$\Delta P(\omega) = a_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left[-\left(\frac{c(\omega - \omega'_0)}{\omega'_0 v_p \sin \mathbf{e}}\right)^2\right]}{(\omega - \omega'_0)^2 + (g/2)^2} d\omega'_0, \quad a_2 = a_1 \left(\frac{cg}{2z\omega_0}\right)^2$$

上式是一個 Voigt 函數，它融合了 Lorentzian 和 Gaussian 兩種函數，Lorentzian 函數的部分是自然線寬(natural linewidth)，Gaussian 函數的部分是由 Doppler 效應所造成的，兩函數以不同的比例混合而形成了 Voigt 函數。更詳細的理論推導可以參考[9]

對於實驗所得出來的圖形，例如圖 4.1、圖 4.2、圖 4.3 等，若只以 Lorentzian 或是 Gaussian 來 fit 的話，無法很完整的擬合，若是使用 Voigt 來 fit，便可以 fit 較符合的結果。

因為原子束發散的程度不同，而有一個圓錐角，和 A、B 兩孔的平行比例  $\sin \mathbf{e} = v_x / v = b / 2d$  有關，考慮平行比例之後，吸收譜線的都卜勒寬度  $\Delta \omega_0$  將改寫成

$$\Delta \omega_D^* = \Delta \omega_D \sin \mathbf{e}, \quad \Delta \omega_D = 2\omega_0 (v_p / c) \sqrt{\ln 2}$$

當氣體達到熱平衡之後， $\Delta \omega_D$  即代表都卜勒寬度， $\Delta \omega_D^*$  則表為經過 A、B 兩個小孔之的都卜勒寬度。

## 2.3 不同能階之間的躍遷強度

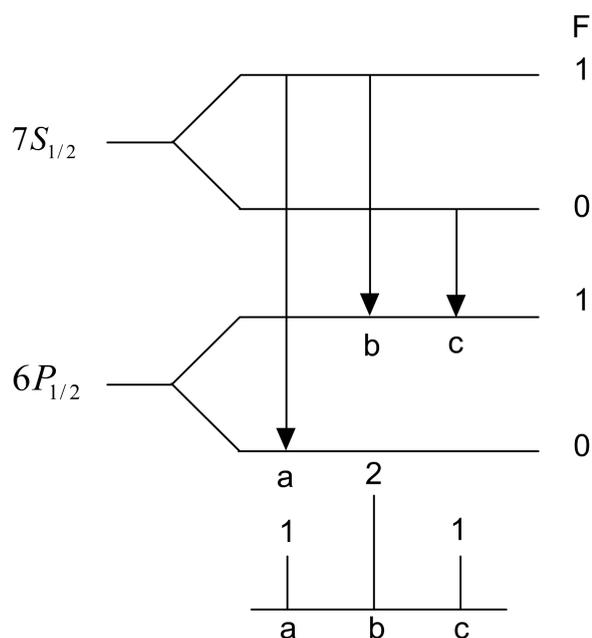


圖 2.6  $7S_{1/2}$  和  $6P_{1/2}$  間的躍遷比例關係

最初原子都位於  $6P_{1/2}$  的能階上，當我們將其激發至較高能階時，因為躍遷的選擇規則可以知道原子會被激發至  $7S_{1/2}$  的能階上，當原子掉至較低能階時，會有三條不同的躍遷路徑，分別是  $7S_{1/2}(F=1) \rightarrow 6P_{1/2}(F=0)$ ，  
 $7S_{1/2}(F=1) \rightarrow 6P_{1/2}(F=1)$ ， $7S_{1/2}(F=0) \rightarrow 6P_{1/2}(F=1)$

要分析不同能階間的躍遷強度，就必需考慮到能階簡併態的問題，簡併態的原則是  $g = 2F+1$ ，當  $F=1$  時，在  $7S_{1/2}(F=1)$  和  $6P_{1/2}(F=1)$  上各有三個簡併態。當  $F=0$  時， $7S_{1/2}(F=0)$  和  $6P_{1/2}(F=0)$  上各有一個簡併態 ( $g = 2F+1, F=0$ )，參考圖 2.6 假設  $7S_{1/2}(F=1)$  躍遷到  $6P_{1/2}$  的路徑有  $a(6P_{1/2}(F=0))$  和  $b(6P_{1/2}(F=1))$  兩種， $7S_{1/2}(F=0)$  躍遷到  $6P_{1/2}$  的路徑有  $c(6P_{1/2}(F=1))$  一種，在  $6P_{1/2}(F=0)$  上接受來自  $7S_{1/2}$  的躍遷有  $a(7S_{1/2}(F=1))$  一種， $6P_{1/2}(F=1)$  上接受來自  $7S_{1/2}$  的躍遷有  $b(7S_{1/2}(F=1))$  和  $c(7S_{1/2}(F=0))$  二種，於是我們可以以簡併態的數量來寫出方程式：

$$F=1, a+b=3k$$

$$F=0, c=k$$

$$F'=1, b+c=3k'$$

$$F'=0, a=k'$$

$$k, k' = const$$

解開上面的方程式可以得到  $a:b:c=1:2:1$ ，此即是不同能階間躍遷的強

度，意即  $7S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  之間  $7S_{1/2}(F=1) \rightarrow 6P_{1/2}(F=0)$  和  $7S_{1/2}(F=1) \rightarrow 6P_{1/2}(F=1)$  的光譜強度比為 1 : 2，上述計算的結果也可以從實驗所得的圖形中得到相同的結果，參照圖 4.2、圖 4.3 可見二者最大的譜線高度比例約 1 : 2。

同樣的方式，對於  $7S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$  之間的躍遷強度，我們也可寫出類似的關係式：

$$F = 1, a + b = 3k$$

$$F = 0, c = k$$

$$F' = 2, a = 5k'$$

$$F' = 1, b + c = 3k'$$

$$k, k' = \text{const}$$

解得 a、b、c 的比

$$a : b : c = 5 : 1 : 2,$$

此即是圖 2.2 裡每條躍遷譜線所列的強度關係。

## 2.4 各能階原子數分佈比例計算

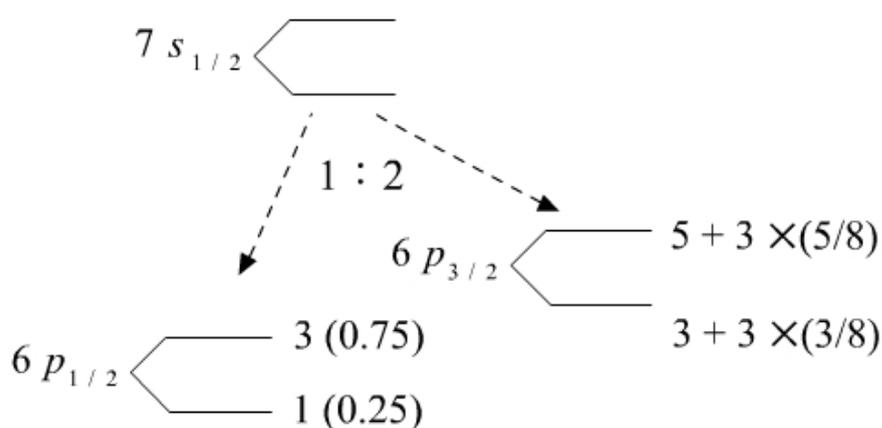


圖 2.7 能階原子數比例分佈示意圖

鉈原子在基態的時候會處於  $6P_{1/2}$  的狀態，因為簡併態的關係，分佈在  $6P_{1/2}(F=1)$  和  $6P_{1/2}(F=0)$  的比為 3 : 1，也就是說可假設  $6P_{1/2}(F=1)$  的量為 75%， $6P_{1/2}(F=0)$  的量為 25%。

當所有的原子被激發至  $7S_{1/2}$  時，會再落下至  $6P_{1/2}$  和  $6P_{3/2}$ ，由前面的計算可以得知，鉈原子從  $7S_{1/2}$  掉落至  $6P_{1/2}$  和  $6P_{3/2}$  的強度比為 1 : 2，再依照簡併態分佈，然後  $6P_{1/2}(F=1)$  能階上的原子會再次被激發至  $7S_{1/2}$ ，當其落下時會重復上述分佈，

所以  $6P_{3/2}(F=2)$  所獲得的量為  $5 + 3 \times (5/8)$ ， $6P_{3/2}(F=1)$  所獲得的量為  $3 + 3 \times (3/8)$ 。

所有的原子數量都是由  $6P_{1/2}$  所激發的，故可得下列方程式

$$k(1 + 5 + 3 + 3 \times (5/8) + 3 \times (3/8)) = 0.75$$

$$k = \text{const}$$

$$\text{可得 } k = \frac{1}{16}$$

有了  $k$  值就可以利用理論計算，得到在鉍原子經過足夠時間的雷射激發

$6P_{1/2} \rightarrow 7S_{1/2}(F=1)$  後，鉍原子數在各個穩定態的分佈：

$$6P_{1/2}(F=0) \Rightarrow 0.25 + k = 0.3125 \Rightarrow 31.25\%$$

$$6P_{1/2}(F=1) \Rightarrow 0$$

$$6P_{3/2}(F=1) \Rightarrow (3 + 3 \times (3/8))k = 25.8\%$$

$$6P_{3/2}(F=2) \Rightarrow (5 + 3 \times (5/8))k = 43.0\%$$

## 2.5 光學幫浦 (optical pumping)

在此我們想要計算出當鉍原子經過長時間的激發 ( $6P_{1/2}, F=1 \rightarrow 7S_{1/2}, F=1$ ) 後，原子數在各個能階上的分佈為何？

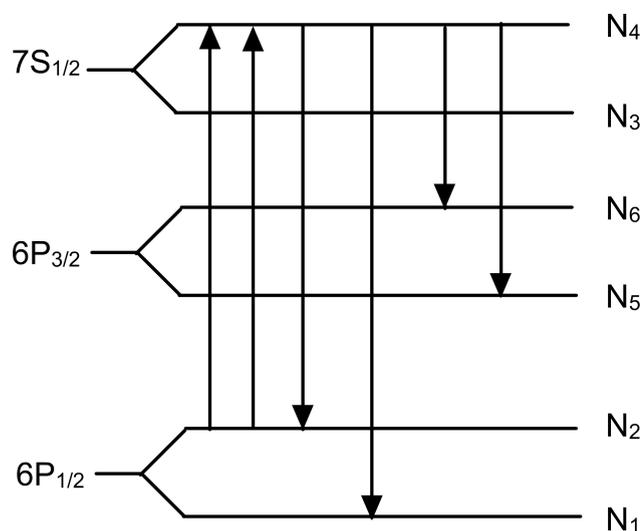


圖 2.8 rate equation 示意圖

原子在能階間的有三種躍遷方式：自發輻射，受激吸收和受激輻射，依據 Einstein's AB coefficient 的理論，我們可以將  $7S_{1/2}$ 、 $6P_{1/2}$  和  $6P_{3/2}$  相關能階的原子分佈變化表示如下：

$$\begin{aligned} \frac{dN_2}{dt} &= -B_{24} \cdot N_2 \cdot I + B_{42} \cdot N_4 \cdot I + A_{42} \cdot N_4 \\ \frac{dN_4}{dt} &= B_{24} \cdot N_2 \cdot I - B_{42} \cdot N_4 \cdot I - A_{42} \cdot N_4 - A_{46} \cdot N_4 - A_{45} \cdot N_4 - A_{41} \cdot N_4 \\ \frac{dN_6}{dt} &= A_{46} \cdot N_4 \\ \frac{dN_5}{dt} &= A_{45} \cdot N_4 \\ \frac{dN_1}{dt} &= A_{41} \cdot N_4 \end{aligned}$$

其中的 Einstein A coefficient 由查表可得知分別為

$$\begin{aligned} A_{42} &= 1.24975 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \\ A_{41} &= 2.4995 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \\ A_{46} &= 6.6375 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \\ A_{45} &= 1.3275 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \\ B_{42} &= 4.6 \times 10^{130} \\ B_{24} &= 4.6 \times 10^{130} \end{aligned}$$

將 Einstein A、B coefficient 代入  $\frac{dN_1}{dt}$   $\frac{dN_2}{dt}$   $\frac{dN_4}{dt}$   $\frac{dN_5}{dt}$   $\frac{dN_6}{dt}$ ，可得各個能階上的原子數隨時間變化的關係，以 mathematica 軟體以數值連續疊代的方式估算  $N_2$  能階 ( $6P_{1/2}, F=1$ ) 有 80% 被激發，即  $N_2$  能階剩下 20% 的時間約經過  $8 \times 10^{-6} \text{ s}$ ，如圖 2.9 所示。

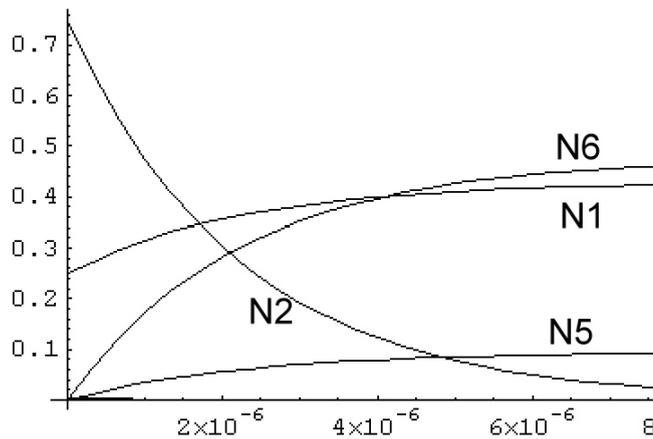


圖 2.9 估算原子能階飽合時間

令從 Ti:sapphire laser 輸出的雷射光頻率為  $396887 \text{ GHz}$ ，經過雷射倍頻共振腔倍頻之後，真正激發鉍原子的光頻率為：

$$\omega = \text{Frequency}_{input} = 3.96887 \times 10^{14} \times 2 \times 2\pi = 4.98743 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

我們可以得到 Einstein A value 的數值，計算上還需要 Einstein B value，Einstein

A、B coefficient的關係如下：

$$\frac{A}{B} = \frac{\hbar \omega^3}{\rho^2 c^3}$$

$$B = A \times \frac{\hbar \omega^3}{\rho^2 c^3} = 2.54554 \times 10^{20} \frac{m^3}{J \cdot s}$$

在400°C時，鉍原子的速度約為250m/s，雷射光的寬度約為2mm，由圖2.9可看估計當時間經過 $8 \times 10^{-6} s$ 之後，鉍原子束和雷射光重疊範圍內至少有80%的原子能夠被激發。

$$\text{令 } Power_{laser} = xw = x \cdot \frac{J}{s}$$

$$Intensity_{input} = \frac{Power}{area} = \frac{x \cdot (J/s)}{\rho \times 10^{-6} m^2} = \frac{x}{\rho \times 10^{-6}} \cdot \frac{J}{m^2 s}$$

為了有80%的鉍原子能夠被激發，需要功率為 $w = 2 \times 10^{-15} \frac{J}{m^3}$ ，代回上式：

$$Intensity_{input} = \frac{x}{\rho \times 10^{-6}} \cdot \frac{J}{m^2 s} = 3 \times 10^8 \left(\frac{m}{s}\right) \times 2 \times 10^{-15} \left(\frac{J}{m^3}\right) = 6 \times 10^{-5} \frac{J}{m^2 s}$$

可得 $Power_{laser} = 1.88496 \times 10^{-12} W$ ，我們發現以不到 $\mu W$ 的雷射光激發原子束，即可造成鉍原子在能階 $6P_{1/2} F=1$ 的分佈為0，達到optical pumping的效果。

# 第三章 實驗裝置

## 3.1 實驗裝置(experiment setup)

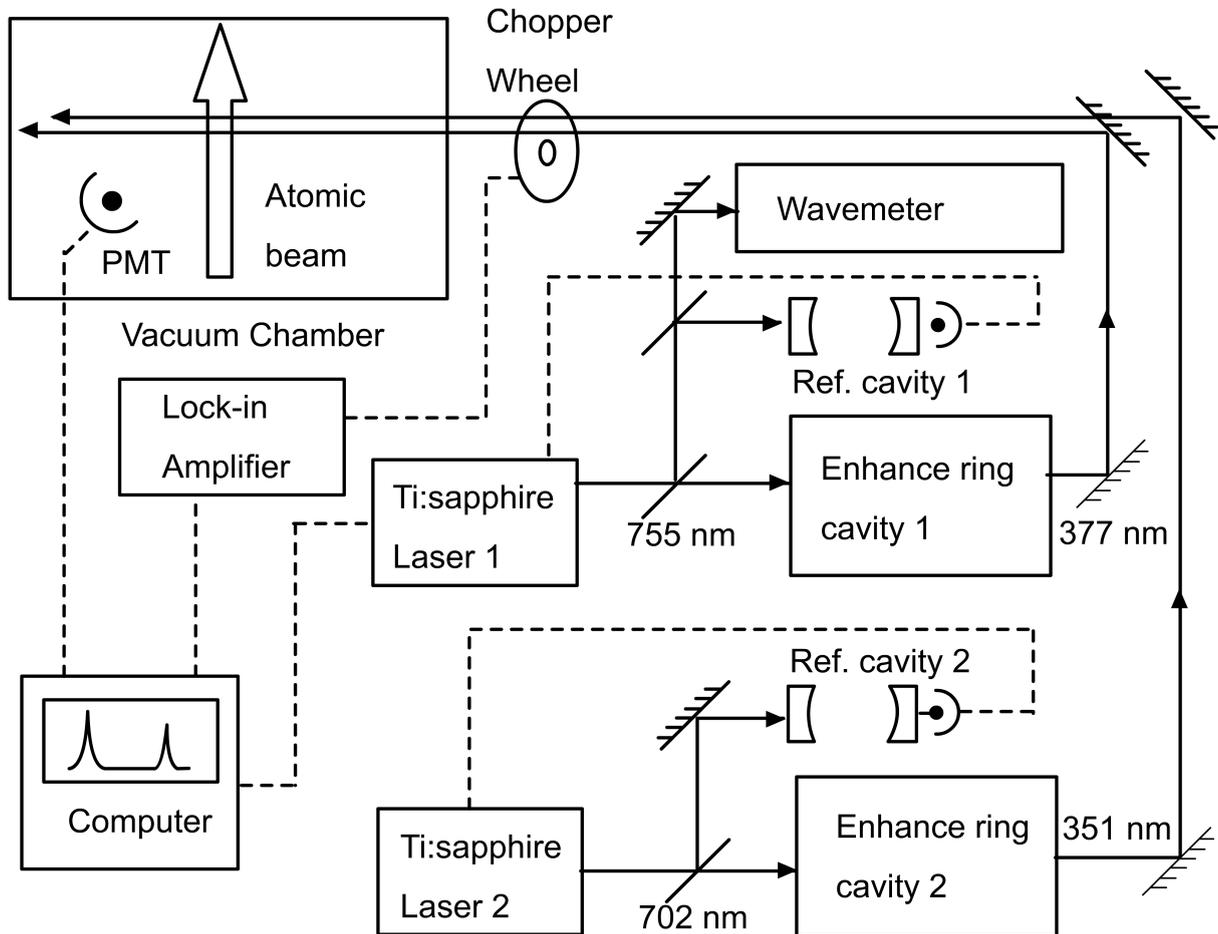


圖 3.1 實驗裝置示意圖

在激發鉍原子的時候，我們使用二台 Ti:sapphire Laser，分別產生二個能階躍遷所需要的能量。

首先我們使用 Ti:sapphire Laser 1 來產生波長為 755 nm 的光，經過一個分光鏡，使大部分的光進入倍頻共振腔(enhance ring cavity 1)，倍頻之後就可以得到 377 nm 的光。再將 377 nm 的紫光經過 Chopper Wheel，使得此光成為重復出現的訊號，這些雷射訊號在激發原子躍遷之後，由 PMT 所得到的螢光訊號便可以鎖相放大器(Lock-in Amplifier)解讀得到。

接著再將分光後部分 755 nm 的雷射光調整光路，使其通過 Ref. cavity 1 內，透過回饋的機制，將 Ti:sapphire Laser 1 所輸出的雷射頻率鎖在 cavity 之上。

另外，將光路中部分的光導入 wavemeter，可以同時知道此時雷射的波長為

多少，也藉由頻率來知道所記錄的數據是屬於哪一個能階躍遷的譜線。

同樣的方式，將另一台 Ti:sapphire 所提供的 702 nm 的紅光，倍頻成為 351 nm 的紫光，最後將這二道波長為 377 nm 和 351 nm 的雷射光打入真空腔內(vacuum chamber)，和鉍原子束(thallium atomic beam)垂直相交，使雷射光在重疊的範圍內可以激發鉍原子的能階從  $6P_{1/2}$  至  $7S_{1/2}$  以及  $6P_{3/2}$  至  $6D_{5/2}$ 。最後透過光電倍增管(PMT)將躍遷所發出來的螢光放大，並且記錄其數據。

### 3.2 雷射倍頻共振腔(enhance ring cavity)

因為本實驗在做鉍原子躍遷時，需要波長 377nm 及 351nm 的光，所以需要倍頻共振腔，內有一個 LBO 晶體，主要的功用是將 Ti:sapphire 雷射所輸出的 755nm 及 702nm 的雷射光，倍頻成所需要的激發光源。

因為從 Ti : sapphire 所輸出的光並非完美的平行光，若沒有將其聚焦成平行光的話，雷射光經過一段距離的傳播之後雷射光的 beam size 就會因擴散而無法使用，在此，我們分別使用焦距為 750mm 和 1000mm 的雙凸透鏡將其聚成平行光，其目的地是要求雷射光在打入共振腔內時，beam size 聚焦在兩個平面反射鏡中間的大小必需為 2mm，也就是使雷射光和共振腔能夠 Mode matching。實際的操作上因為從 Ti : sapphire 所輸出的光也並非平行光，所以即使使用的是 750mm 和 1000mm 的雙凸透鏡，但真正的位置仍須視聚焦狀況而調整。

入射光打入共振腔後，因為雷射光的頻率會隨著時間的偏移，所以我們要使共振腔的頻率可以跟著雷射改變而改變，在此我們將共振腔中的其中一個反射鏡黏在 PZT 上，只要控制 PZT 的伸長和縮短，便可以改變共振腔的長度，使得雷射光在腔內能夠得到最佳的共腔效果。在此我們將被第一個透鏡所反射的雷射光，導引經過一個  $I/4$  的玻片，經過玻片的雷射光再進入 PBS，使其分成二道偏振方向不同的雷射光，調整  $I/4$  玻片的角度可以調整這二道雷射光的光強度，接著使這二道偏振方向不同的雷射光再進入 Differential Detector，經過 Differential Detector 後可由示波器看到微分訊號，將此訊號再經過高壓放大器(High voltage amplifier, HVA)將其放大 100 倍，再回饋至 PZT 上，便可以利用此放大的微分訊號來控制 PZT 的伸長和縮短，也隨時調整共振腔的長度，再使用一台 PID controller 來將微分訊號最佳化，PID controller 可以粗調和微調訊號微分、積分的比例以得最清楚的訊號，使共振腔的頻率能夠隨著 Ti : sapphire 的變動而改變。

經過上述的調控，便可以將 702 nm 的光倍頻為 351 nm 的光。同樣的過程，使用另一台 Ti : sapphire 雷射，產生 377 nm 的光，這兩道雷射光即是用來使鉈原子激發的最主要光源。

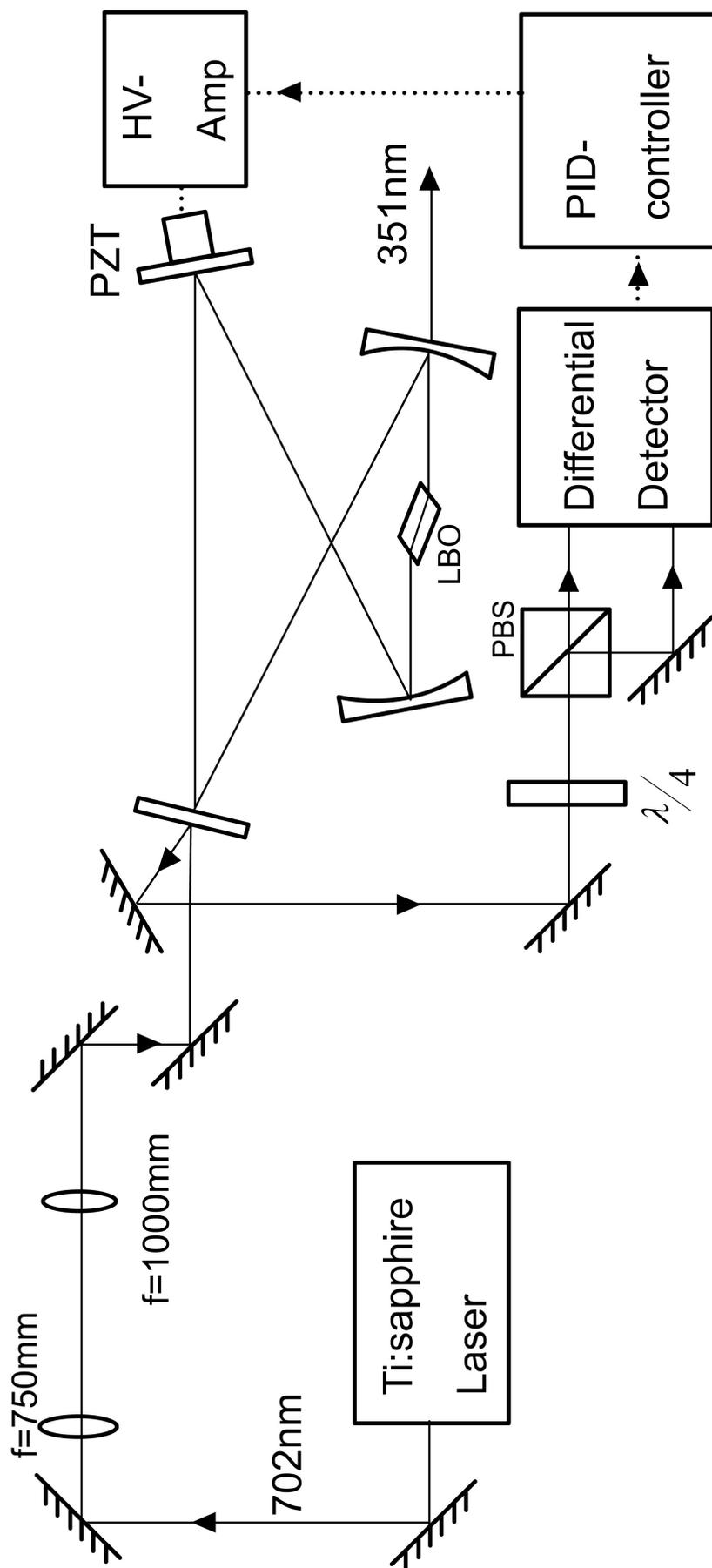


圖 3.2 雷射倍頻共振腔光路設計

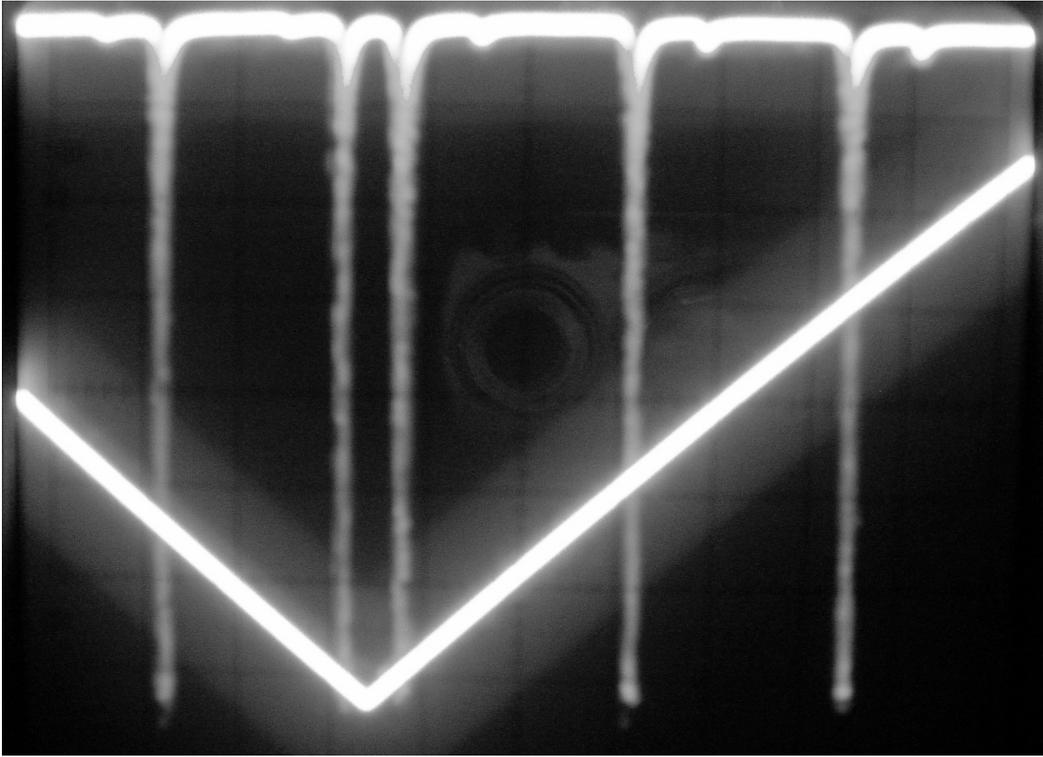


圖 3.3 雷射光輸出 TEM00 模的訊號

圖 3.3 是從示波器上所見到的圖形，斜線部分是外加電壓，當外加電壓重覆來回的時候，便可以使得雷射光在共振腔內產生連續的振動。最大的一根訊號所代表的是 TEM00 模，也就是實驗中所需要用到的紫光，在最大訊號旁會有微小的凸起訊號，是較高階的模態，為使得經過倍頻共振腔出來的 TEM00 模強度最強，可以微調共振腔的長度，使得 TEM00 模相對於其他模態是最明顯的訊號，TEM00 模越清楚，所得到的微分訊號也就能夠越清楚。

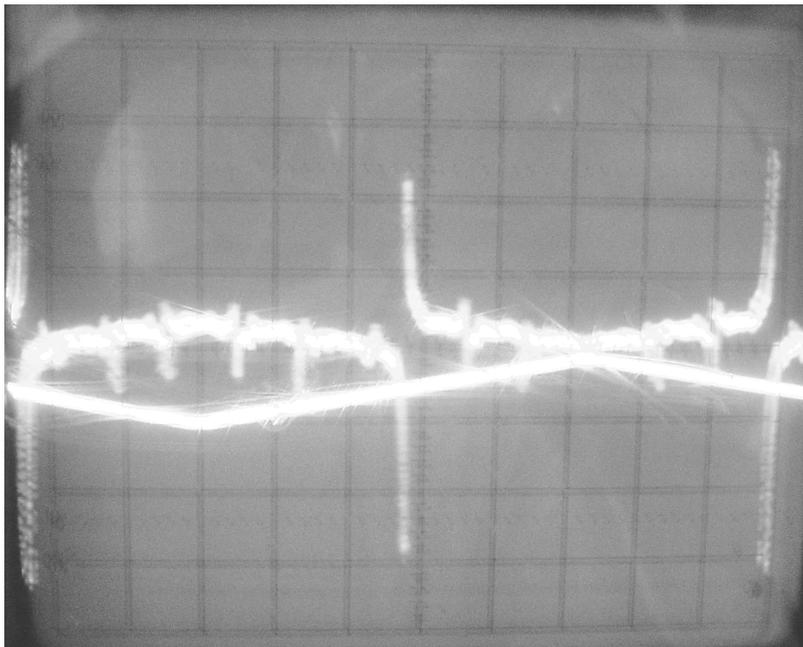


圖 3.4 微分訊號

圖 3.4 是把圖 3.3 中所得到的 TEM<sub>00</sub> 模微分而得到的，所謂微分有求其斜率的意思，所以在把圖 3.2 中的訊號微分，可見到其斜率有由正轉負的趨勢，在圖 3.4 中除了最大的訊號之外，還有一些較小的微分訊號，此則是較高階的共振模態，若是在圖 3.3 中把 TEM<sub>00</sub> 模調整得最清楚，便可以將這些較小的微分訊號消去。

在微分訊號中，我們先使將訊號調整在水平線上，也就是電壓值為零的部分，若當共振腔的長度改變，造成訊號的增大，則 PID controller 就會將此訊號乘上一個負值再回饋給 PZT，利用訊號的電壓來改變 PZT 的長度，使 PZT 往回運動，如此一來，共振腔的長度便可以跟隨著雷射頻率移動而改變，使倍頻之後的雷射光可以穩定。

### 3.3 真空加熱腔

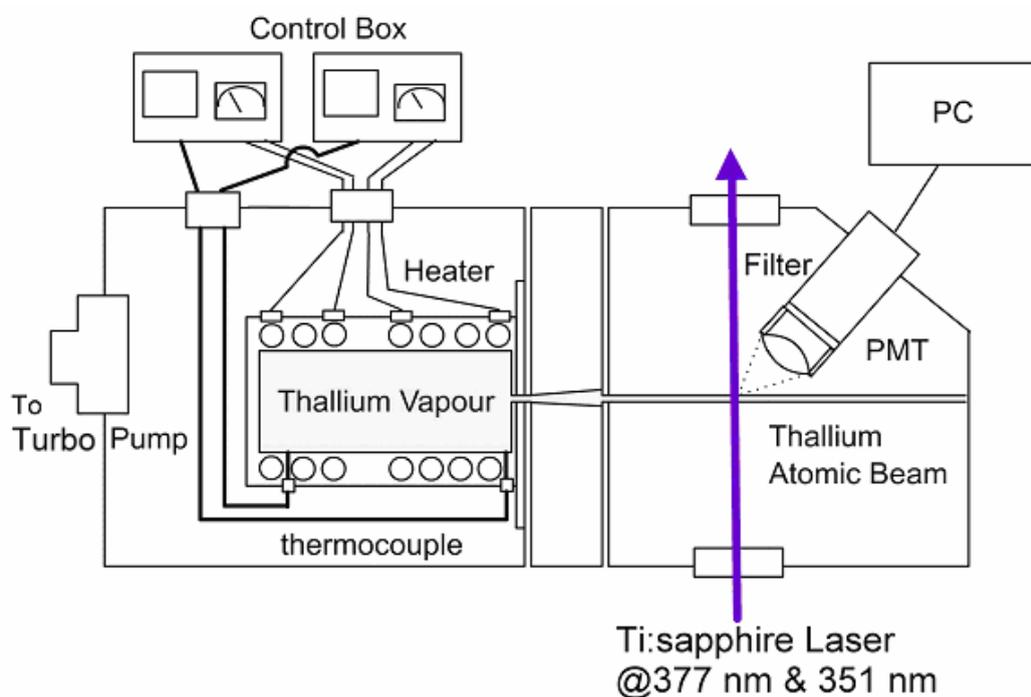


圖 3.5 真空加熱腔

真空加熱腔最主要的功用是產生鉍原子束，將鉍原子放入加熱腔體之內，即圖 3.5 中的灰色部分，腔體呈圓柱形，外面纏繞二至三圈的加熱管。整個加熱系統有前、後兩組加熱線圈，另外分別再接到熱電偶(thermocouple)上，前、後加熱絲的電阻約為 47.4Ω 和 82.7Ω，加熱時提供給 220V 的電壓，調整輸入的電流便可

控制溫度的改變，藉由熱電藕可以得知溫度的變化，然後再將溫度回饋給控制器，控制器便可由回饋訊號來調整電流，溫度過高則降低電流大小，溫度未達設定值即再增加電流使溫度上升。

使用時需要注意的是最大電流不能超過 3 安培，若超過 3 安培的話會造成加熱管內的加熱絲無法承受而燒斷掉，另外，在安裝熱電藕的時候也要特別注意的是熱電藕的前端和加熱腔體要緊密的接觸到，否則熱電藕所測得的溫度並非是加熱腔的真實溫度，控制器便無法正確的調整輸入電流值的大小，很容易因為持續輸入過大的電流而使加熱管內的加熱絲燒斷。

當整個加熱腔的溫度達到  $400^{\circ}\text{C}$  左右時，加熱腔內的固體鉍原子便會形成氣體，接著會從腔上的小孔中噴出，噴出的小孔其直徑有 2 mm 的大小，噴出之後就會形成原子束，這樣子的鉍原子只有經過一個小孔而噴出，其立體角太大，所以在第一個小孔之後 5 cm 有一個直徑也是 2 mm 的小孔，鉍原子經過這二個小孔之後，方向便會更趨近於一致，並且使用這兩個小孔還可以控制鉍原子束噴出的方向，再將鉍原子束和倍頻後的雷射光垂直交叉，重疊部分的鉍原子便可受到雷射光的激發而產生能階的躍遷。

為防止加熱系統的噴口部分受冷凝結而堵塞住，實驗時加熱腔前面部分的溫度應高於後半部約  $40\sim 50^{\circ}\text{C}$ 。整個加熱系統也放入抽真空的腔內，腔內可抽至  $10^{-6}\sim 10^{-7}$  torr，除了可減少鉍原子在噴出時和其他氣體分子碰撞，並且也可防止整個加熱腔因受熱之後和空氣氧化。

為能明顯觀察到光譜，在光電倍增管之前放置一個凸透鏡，可將受激後原子掉落較低能階時所發出來的螢光聚焦，為了把背景光和雷射散射光濾掉，在透鏡之後再放置一個波長為 377 nm 的濾波片(filter)，透過光電倍增管將螢光放大之後，便可看見螢光光譜。同樣的，第二個躍遷的光譜線是  $6P_{3/2}$  到  $6D_{5/2}$ ，所發出來的螢光波長是 251 nm，則必需將 377 nm 換成 351 nm 波長的濾片，才能夠記錄到第二個螢光波長的數據。

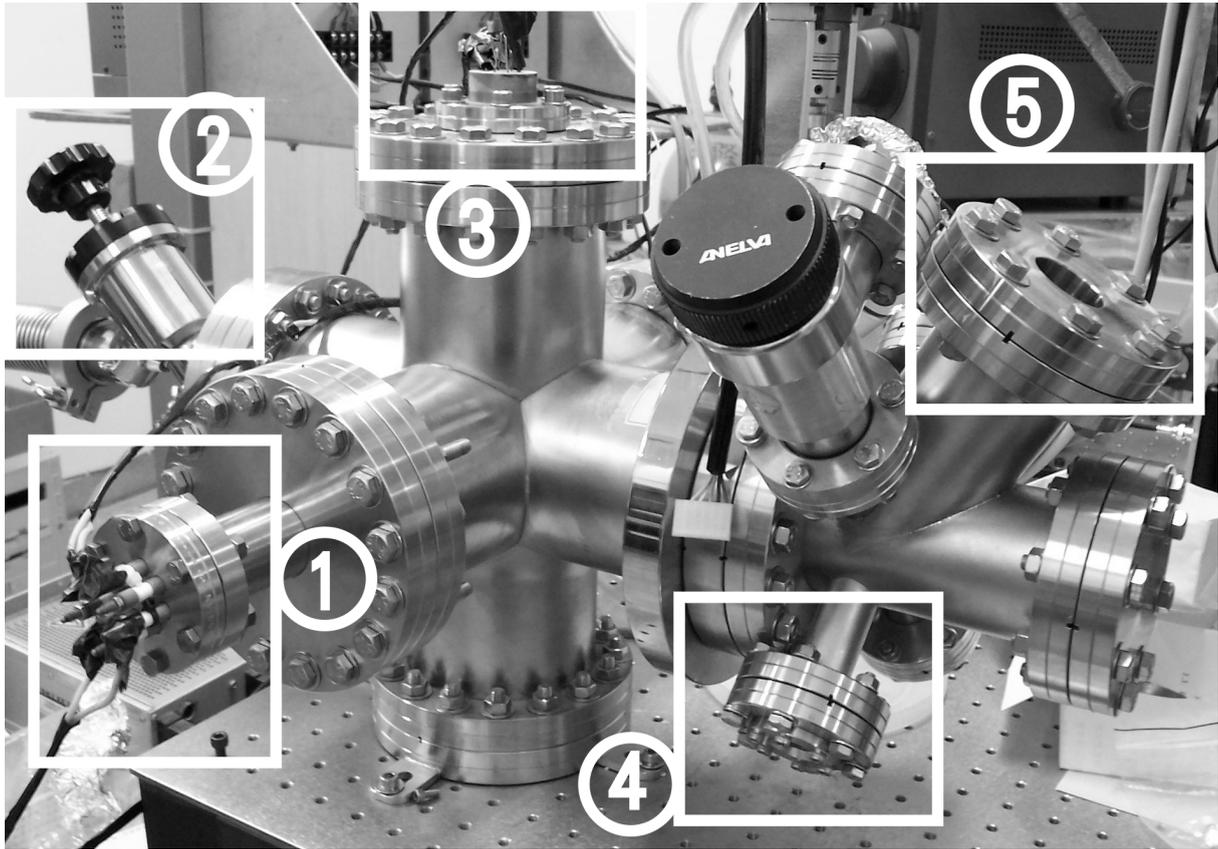


圖 3.6 實驗裝置實體圖

圖 3.6 為整個加熱腔體的裝置圖，從外觀上可見五個部分。

第 1 部分是控制加熱腔電流進出的地方，透過 feedthrough 使得外界的電流能和真空腔裡面的接線連結，在這個地方特別要注意避免電線的短路，尤其是此處的電壓是 220 伏特。

第 2 部分是抽真空的閥，這個閥連接著真空腔體和真空幫浦，當停電時，真空幫浦不再抽氣，此時可以關緊此閥以避免油氣倒灌回真空腔，防止真空腔被污染。

第 3 個部分為真空腔內的熱電藕和外界溫度控制器連接的接頭，同樣的也使用 feedthrough，每一個接線都必需用絕緣膠帶包覆好，避免電流短路。

第 4 個部分為雷射光輸入的部分，上面有一個 window 可供激發用的雷射光進入腔體內。

第 5 個部分則為光電倍增管插入的地方，由此可觀察到能階躍遷的螢光。

## 第四章 實驗結果

### 4.1 鉍原子 $^{205}\text{Tl}$ 在 $6P_{1/2}(F=1)$ 到 $7S_{1/2}(F=0)$ 的光譜圖

首先使用 wavemeter 來知道用來激發鉍原子能階躍遷的頻率是多少，分別在雷射光頻率在 396881GHz 時記錄到  $6p_{1/2}(F=1) \rightarrow 7s_{1/2}(F=0)$  的譜線，頻率在 396887GHz 時記錄到  $6p_{1/2}(F=1) \rightarrow 7s_{1/2}(F=1)$  的譜線，頻率在 396897GHz 時記錄到  $6p_{1/2}(F=0) \rightarrow 7s_{1/2}(F=1)$  的譜線，可由這些頻率知道各個譜線的相對位置，而我們自製的 wavemeter 的準確度約為  $1 \pm \text{GHz}$ 。

實驗操作時，當加熱腔的溫度達到  $400^\circ\text{C}$  即可以以記錄到光譜數據，接著每加熱  $30^\circ\text{C}$ ，等待加熱腔溫度穩定之後再記錄數據，結束後溫度再繼續升高  $30^\circ\text{C}$  左右，重復上述步驟，分別在  $400^\circ\text{C}$ 、 $430^\circ\text{C}$ 、 $460^\circ\text{C}$ 、 $490^\circ\text{C}$ 、 $520^\circ\text{C}$ 、 $550^\circ\text{C}$  等溫度都有記錄到到譜線數據，以下圖 4.1、圖 4.2 和圖 4.3 分別列出溫度在  $400^\circ\text{C}$  時在  $F=1 \rightarrow F=0$ 、 $F=1 \rightarrow F=1$ 、 $F=0 \rightarrow F=1$  的圖形。

記錄時每一次的譜線都取 5000 個點數據，然後取適當的數據區間畫成圖形，在圖 4.1 中的橫軸代表的是從第 2500 取到第 4500 個數值當作區間，圖 4.2 圖 4.3 也是依此取適當區間，而縱軸所代表的是 PMT 所偵測到的光強度訊號。

圖 4.1 中的二個譜線所代表的是圖 1.2 中 A、B 二條光譜，以另外的 external cavity 做為來參考頻率，其中的 FSR 為 300MHz，可以推算得到  $^{203}\text{Tl}$  的半高寬 (FWHM) 是 35.0 MHz， $^{205}\text{Tl}$  的半高寬是 29.7 MHz，二者條譜線之間相距 920.2 MHz。

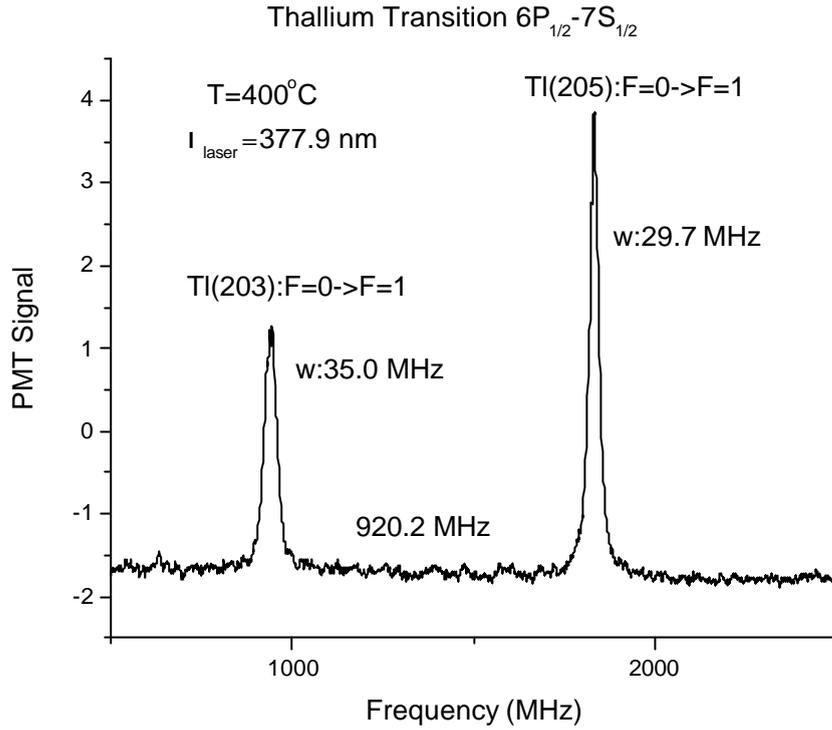


圖 4.1  $400^\circ\text{C}$  時  $^{203}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=0$ ) &  $^{205}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=0$ ) 的譜線

圖 4.1 為溫度加熱到  $400^\circ\text{C}$  的時候所量得的光譜， $^{203}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=0$ ) 的線寬為  $35.0 \text{ MHz}$ ， $^{205}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=0$ ) 的線寬為  $29.7 \text{ MHz}$ ，兩條線寬中心之間的距離為  $920.2 \text{ MHz}$ 。

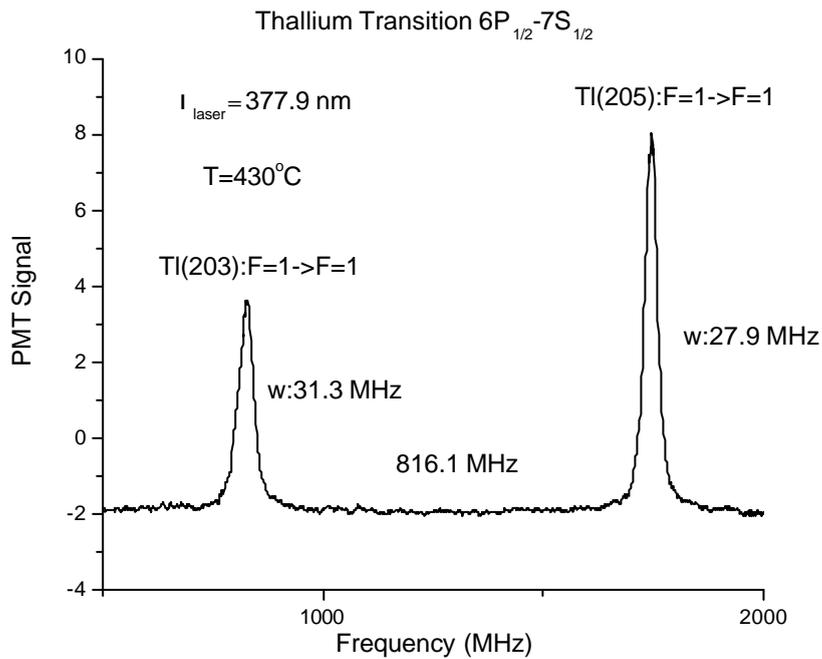


圖 4.2  $430^\circ\text{C}$  時  $^{203}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=1$ ) &  $^{205}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=1$ ) 的譜線

圖 4.2 為溫度加熱到  $430^{\circ}\text{C}$  的時候所量得的光譜， $^{203}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=1$ ) 的線寬為  $31.3\text{ MHz}$ ， $^{205}\text{Tl}$  ( $F=1 \rightarrow F=1$ ) 的線寬為  $27.9\text{ MHz}$ ，兩條線寬中心之間的距離為  $816.1\text{ MHz}$ 。

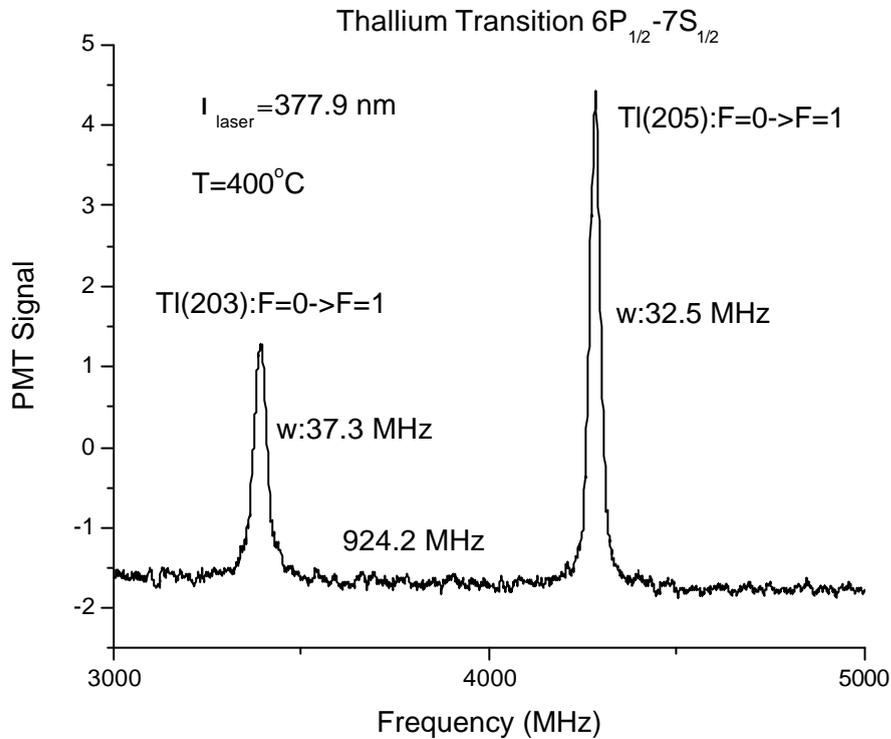


圖 4.3  $400^{\circ}\text{C}$  時  $^{203}\text{Tl}$  ( $F=0 \rightarrow F=1$ ) &  $^{205}\text{Tl}$  ( $F=0 \rightarrow F=1$ ) 的譜線

圖 4.3 為溫度加熱到  $400^{\circ}\text{C}$  的時候所量得的光譜， $^{203}\text{Tl}$  ( $F=0 \rightarrow F=1$ ) 的線寬為  $37.3\text{ MHz}$ ， $^{205}\text{Tl}$  ( $F=0 \rightarrow F=1$ ) 的線寬為  $32.5\text{ MHz}$ ，兩條線寬中心之間的距離為  $924.2\text{ MHz}$ 。

#### 4.2 $^{205}\text{Tl}$ $6P_{1/2}(F=1)$ 到 $7S_{1/2}(F=1)$ 的線寬

由 2.2.1 可得  $6P_{1/2}(F=1)$  到  $7S_{1/2}(F=1)$  的自然線寬為  $6.8\text{ MHz}$

依 2.2.3 的理論推導，都卜勒線寬部分，鉍原子量為 205，取溫度

$T = 400^{\circ}\text{C} = 673\text{ K}$ ，則原子速度  $V_p$  為：

$$V_p = [2kT/m]^{1/2} = 233.164\text{ m/s}$$

$$\text{令 } w_0 = 396887\text{ GHz}, \sqrt{\ln 2} = 0.832554, \sin e = \frac{v_x}{v} = b/2d = 1/20$$

$$\Delta w_D = 2w_0 \left( \frac{V_p}{C} \right) \sqrt{\ln 2} = 550.7 \text{ MHz}$$

$$\Delta w_D^* = \Delta w_D \times \sin e = 2w_0 \left( \frac{V_p}{C} \right) \sqrt{\ln 2} \times \sin e = 25.8 \text{ MHz}$$

我們使用 voigt 函數來分析，發現線寬的組成成份裡，Lorentzian 和 Gaussian 兩種函的比例約是 1 : 1，所以我們把都卜勒寬度和自然線寬兩者相加可得躍遷譜線：

$$25.8 + 6.8 = 32.6 \text{ MHz}$$

在實驗中，測量鉍(205)在  $6p_{1/2}(F=1) \rightarrow 7s_{1/2}(F=1)$  的光譜，所得到的線寬為  $32.2 \text{ MHz}$ ，和理論值相當吻合。

### 4.3 同位素位移(Isotope-shift)

Isotope shift 是由於原子同位素的質量不同所造成的，雖然無法直接去量測偏移和中心譜線的距離，但是可以從比例中推知，假設精細結構的能階分裂成  $F=a$  和  $F=b$  兩條線，那麼其分別和中心譜線的距離具有下列式子的關係：

$$\frac{1}{2a+1} : \frac{1}{2b+1}$$

所以在  $6P_{1/2}$  和  $7S_{1/2}$  的能階分裂成  $F=0$  和  $F=1$  兩條，其和中心譜線的距離比為 1 : 3。

參考圖 1.2( $6P_{1/2}$  和  $7S_{1/2}$  的能階分裂圖)，可以令  $^{203}\text{Tl}$  和  $^{205}\text{Tl}$  在  $6P_{1/2}$  及  $7S_{1/2}$  的間距：

$$7 S_{1/2(205)} \Rightarrow D - B$$

$$6 P_{1/2(205)} \Rightarrow F - D$$

$$7 S_{1/2(203)} \Rightarrow C - A$$

$$6 P_{1/2(203)} \Rightarrow E - C$$

假設  $^{205}\text{Tl}$  和  $^{203}\text{Tl}$  在  $6P_{1/2}$  和  $7S_{1/2}$  之間的距離為  $x$  和  $y$ ，再考慮上列各分裂能階的比例關係和差值可以得到：

$$\begin{aligned}
x &= F - \frac{1}{4}HFS(7S_{1/2(205)}) - \frac{3}{4}HFS(6P_{1/2(205)}) \\
&= F - \frac{1}{4}(D - B) - \frac{3}{4}(F - D) \\
y &= E - \frac{1}{4}HFS(7S_{1/2(203)}) - \frac{3}{4}HFS(6P_{1/2(203)}) \\
&= E - \frac{1}{4}(C - A) - \frac{3}{4}(E - C) \\
\Delta &= x - y = F - E - \frac{1}{4}(D - C - B + A) - \frac{3}{4}(F - E - D + C)
\end{aligned}$$

由實驗中測量鉍原子的數據可得在溫度為 400°C 值如下：

$$B - A = 761.2 \text{ MHz}$$

$$F - E = 922.7 \text{ MHz}$$

$$D - C = 817.3 \text{ MHz}$$

$$\Delta = 922.7 - \frac{1}{4}[817.3 - 761.2] - \frac{3}{4}[922.7 - 817.3] = 829.6 \text{ MHz}$$

因為這是以紅光當參考，實際上激發的是利用倍頻後的紫光，所以最後的 isotope-shift 為：Isotope - shift =  $2 \times \Delta = 1659.3 \text{ MHz}$

測量中得到 A - B，C - D 和 E - F 三者的的頻率距離，分別利用圖 1.2 下各躍遷譜線的關係，可以得到三組 Isotope-shift，其平均值為 1659.0 MHz，標準差為 2 MHz

	6P <sub>1/2</sub> -7S <sub>1/2</sub> Transition IS
本實驗數據	1659.0(2) MHz
Ref [8]	1659.0(0.6) MHz

#### 4.4 線寬和溫度的關係

由第 2.2.2 節的理論推導而得到的公式：

$$d_{vD} = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{T/M} \text{ [Hz]}$$

可知線寬和溫度的平方根成正比的關係，所以將不同溫度下(K)所得到的線寬和溫度的平方根值繪出如圖 4.6 和圖 4.7，可見兩者之間有正比關係，與理論的預測相符。

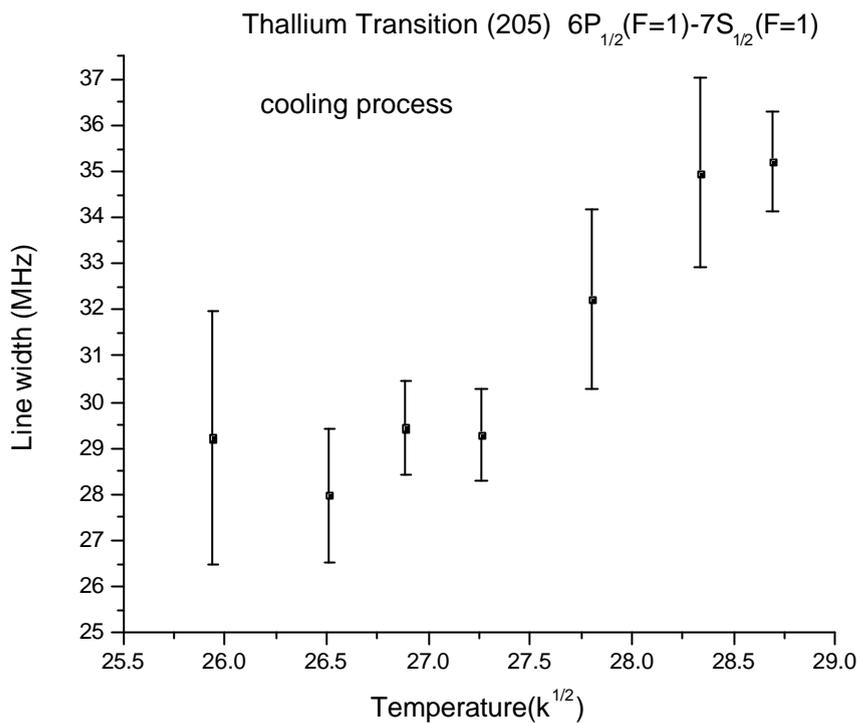


圖 4.4  $^{205}\text{Tl}$  的溫度與線寬關係圖

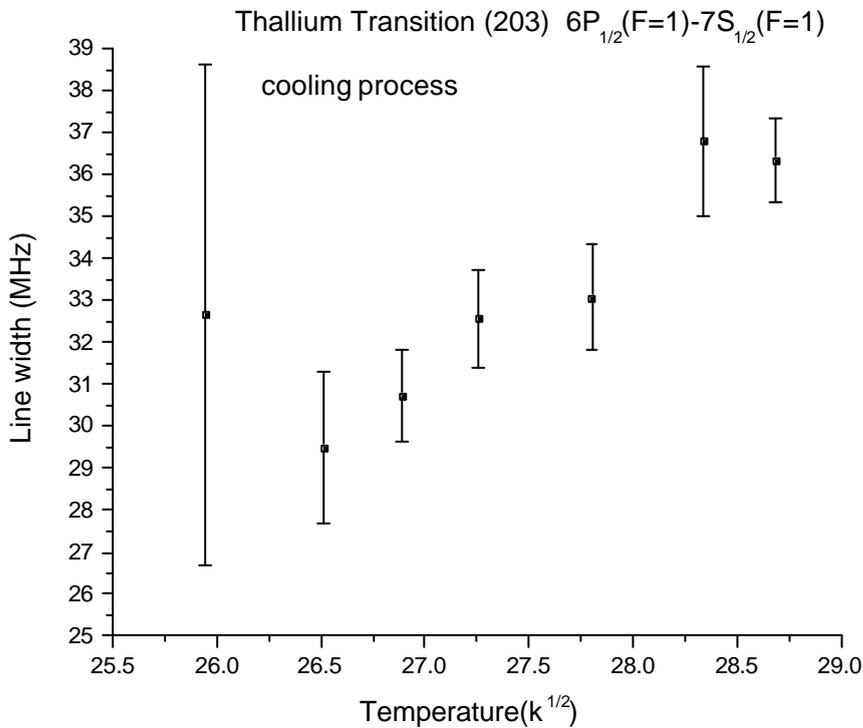


圖 4.5  $^{203}\text{Tl}$  的溫度與線寬關係圖

#### 4.5 精確決定譜線中心位置

當雷射和原子束相交時，並非完美的垂直，為了更準確的決定中心譜線的位置，就在入射雷射的對面放置反射鏡，使入射雷射光經反射鏡之後能夠和原來入射的光路重合，在光譜中可以看到譜線的中心位置有偏移，將這二個偏移譜線的中心取平均位置即是正確的譜線位置，這個技術對將來進行對譜線絕對頻率的量測十分重要。

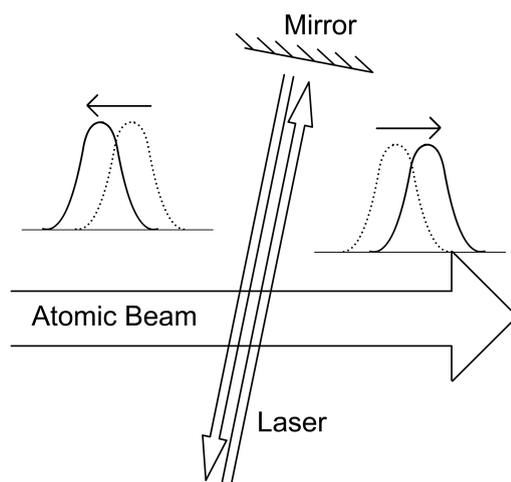


圖 4.6 利用反射來造成中心頻率的偏移

因此，對於一個躍遷譜線而言，可以看到會有二個最高點，一個是入射的中心譜線，另一個是反射後所偏移的中心譜線，使用第 4.1 節中測量譜線寬度的方法，和一個 external cavity 所產生的 FSR 作比較，可得到二者的偏移量約有 10MHz，這表示入射的雷射光和鉍原子束並非完全的互相垂直，大約有 0.5 度的偏差。

透過這個方法，由目前我們實驗得到的訊雜比來估算，真正的譜線中心位置，約可到 0.5MHz 的精確度。

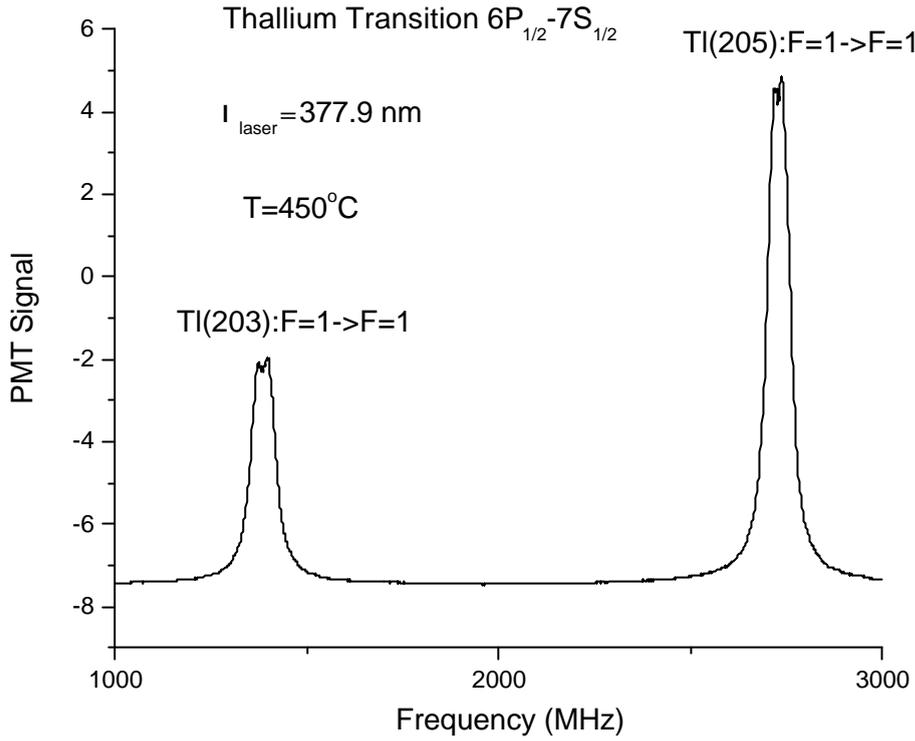


圖 4.7 中心頻率偏移

圖 4.7 中的兩個譜線的最高點出現有分裂的情況，這是因為如上所討論因為相對速度的不同而造成吸收中心譜線的偏移，將兩個中心譜線的絕對頻率取平均值，即可以得到入射原子束和雷射光呈垂直時的吸收頻率。

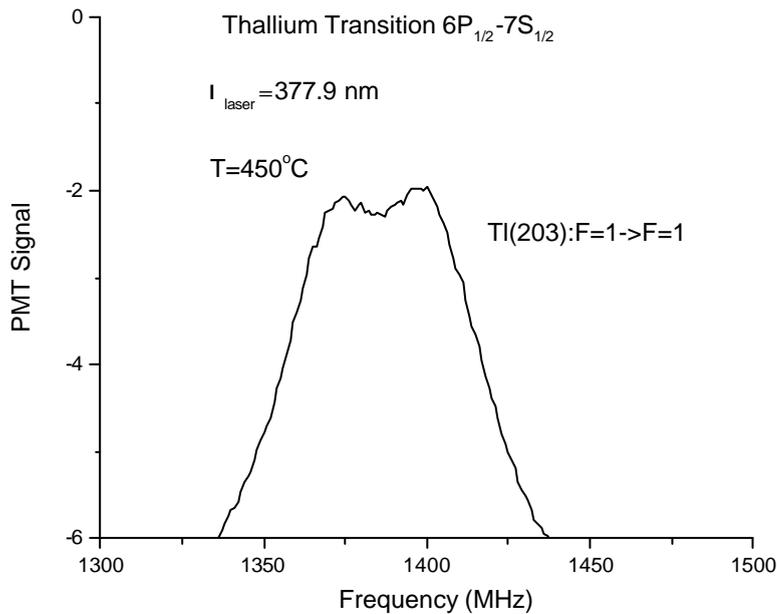


圖 4.8  $^{203}\text{Tl}$  中心頻率偏移放大圖

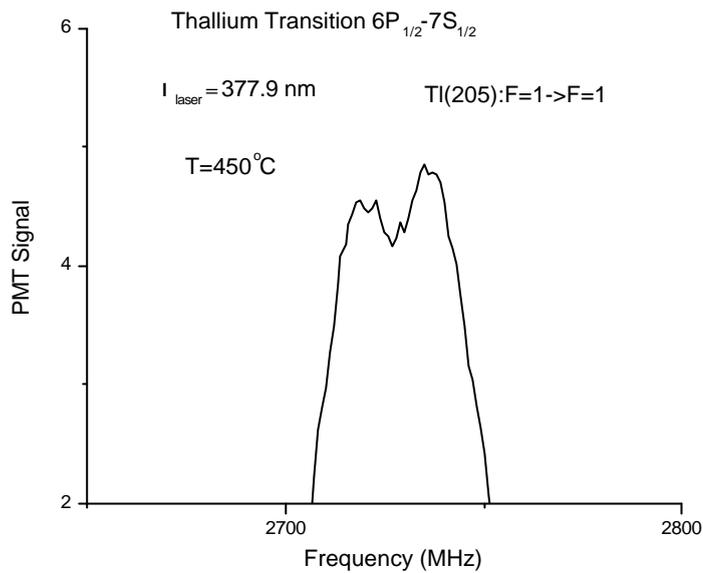


圖 4.9  $^{205}\text{Tl}$  中心頻率偏移放大圖

圖 4.8 和圖 4.9 是將  $^{203}\text{Tl}$  和  $^{205}\text{Tl}$  的最高點再放大的圖形，其中可以發現有一邊的訊號比較大，另一邊的訊號比較小，這是因為較高的那一端是入射的紫光，光強度較強，而較矮的那一側是從反射鏡反射回來的光線，光的強度較小，所以激發的訊號也較小。

## 第五章 結論與展望

本實驗最主要的目的是測量  $6P_{3/2}$  到  $7S_{1/2}$  的能階躍遷，透過對光譜的分析，能夠對鉈原子的結構能有更進一步的了解。

依據所量得到的光譜圖形分析可得躍遷譜線的線寬，本實驗在  $400^{\circ}\text{C}$  可測量得到線寬為  $32\text{MHz}$  左右，其中自然線寬約為  $6.777\text{MHz}$ ，都卜勒增寬約為  $25.773\text{MHz}$ ，理論值和實際測量的結果相當吻合。並且隨著溫度升高，鉈原子速度變快，都卜勒效應增強，而使得線寬有變大的趨勢，在實驗中也可以看到這樣的結果。

分析原子在  $6P_{1/2}$  到  $7S_{1/2}$  的六躍遷譜線，可以得到 Isotope-shift，當溫度在  $400^{\circ}\text{C}$  時，測量出這六條譜線的間距，參考 4.3 節的理論推導，得出鉈原子的 Isotope-shift 為  $1659.0(2)\text{MHz}$ 。

因為原子束和雷射光不是完全垂直，而使得原子在雷射的方向上具有速度分量，這是造成都卜勒偏移的原因，若把相同的雷射光再利用反射鏡沿原來的光路反射回來，因相對速度的不同，即可以得到中心譜線有偏移的情況， $^{203}\text{Tl}$  和  $^{205}\text{Tl}(F=1 \rightarrow F=1)$  的偏移量約有  $10\text{MHz}$ ，這表示原子束的入射方向並非和雷射光完美的垂直，約有  $0.5$  度的偏移量。真正的譜線中心位置，可以決定至  $0.5\text{MHz}$ 。

經過了以上的實驗，可以準確的得到鉈原子在  $6P_{1/2}$  到  $7S_{1/2}$  之間的能階分佈，未來的計畫，是再使用第二個 enhance ring cavity，將第二台 Ti:sapphire 雷射所產生波長為  $702\text{nm}$  的光倍頻成為  $351\text{nm}$  的光，使用它來激發鉈原子從  $6P_{3/2}$  到  $6D_{5/2}$  能階，藉著測量第二個躍遷光譜，能夠更準確的得到鉈原子的結構。

另外，為了更準確求得圖 1.2 中每一個光譜的相對位置，將來預計使用飛秒光頻梳系統(femtosecond optical frequency comb system)來準確得到各個躍遷譜線的絕對頻率，對於鉈原子各個能階的 Hyperfine splitting 將能夠測量得更準。

# 附 錄

## 電路圖

在測量時，需要使用到以下電路裝置。

### 1 Function generation

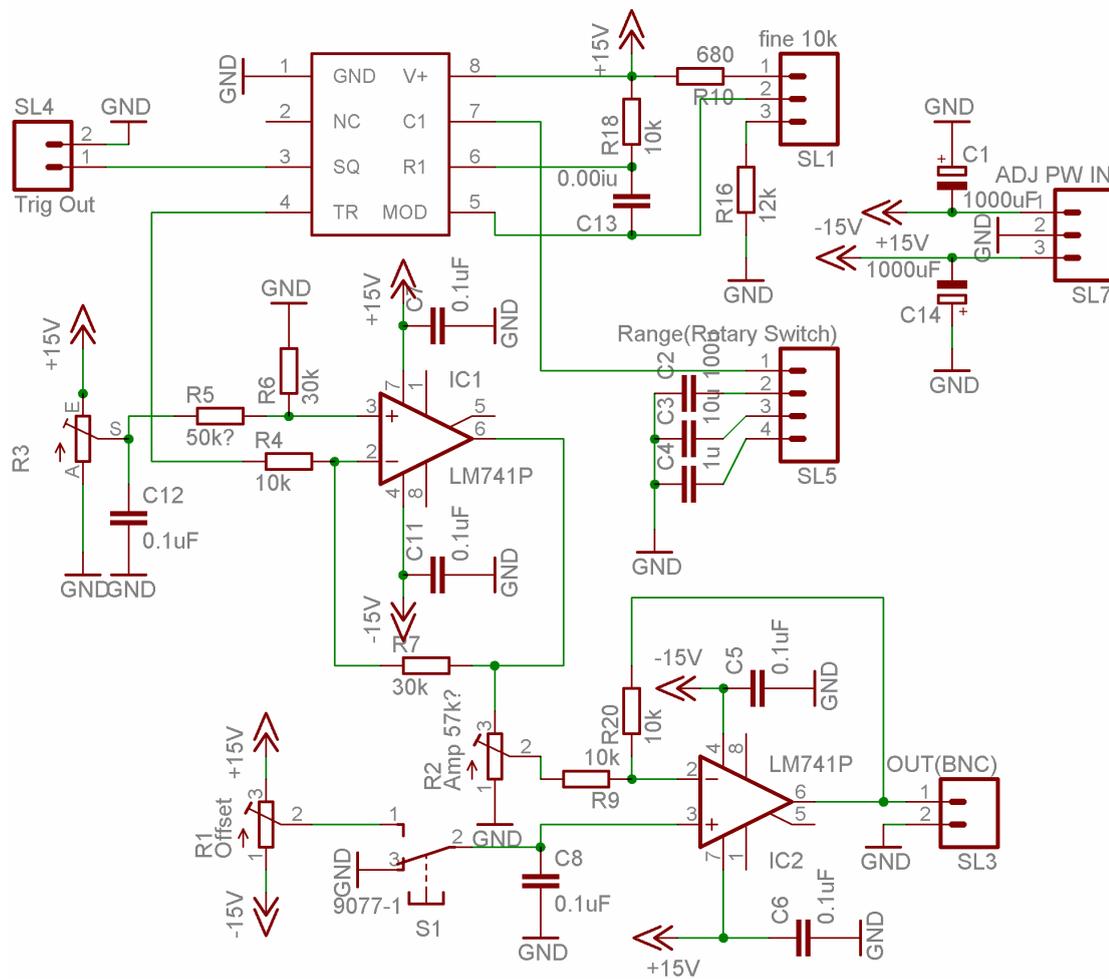


圖 6.1 Function generation

## 2 PID controller

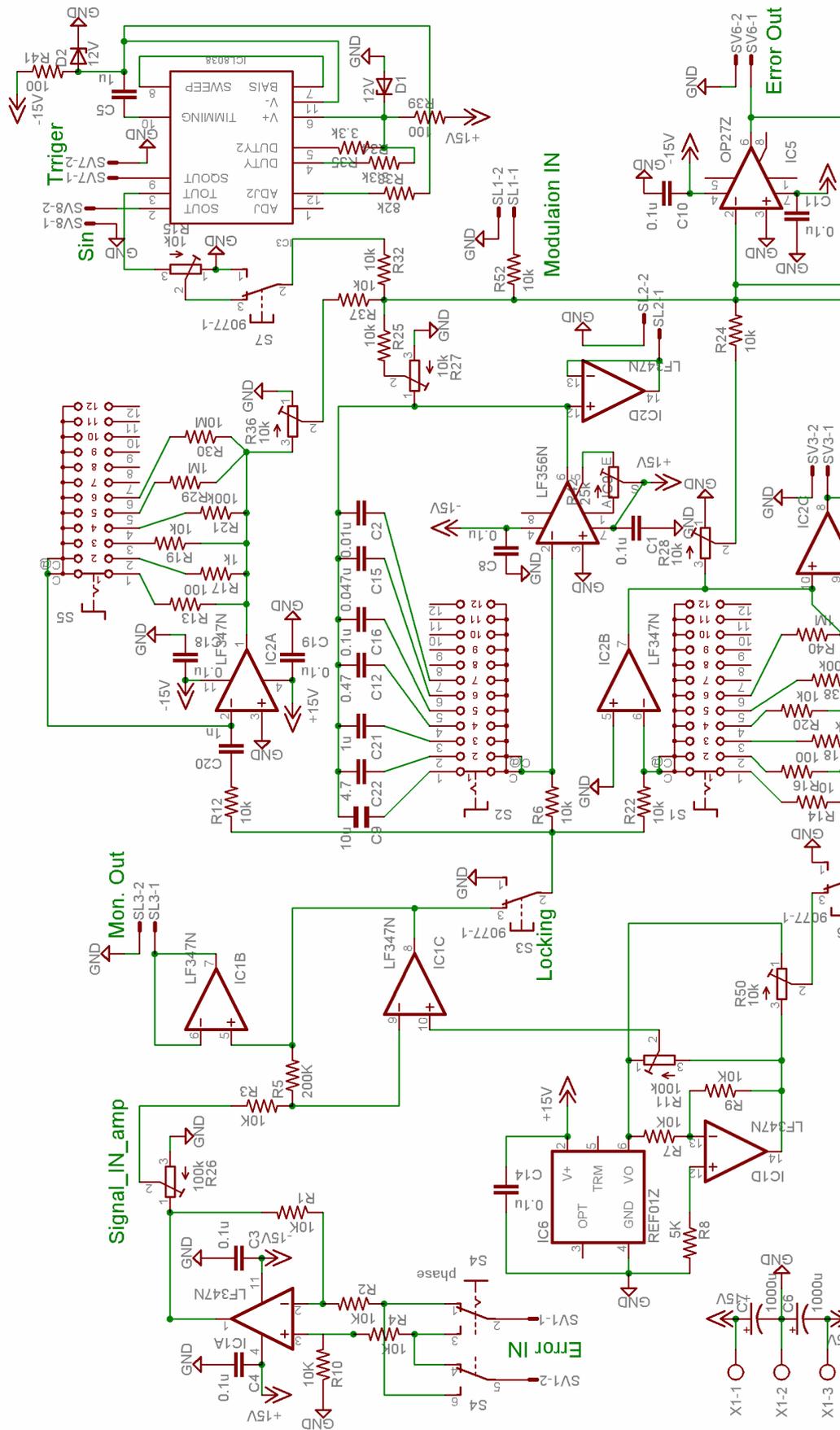


圖 6.2 PID controller

## 2 高壓放大器(High voltage amplifier,HVA)

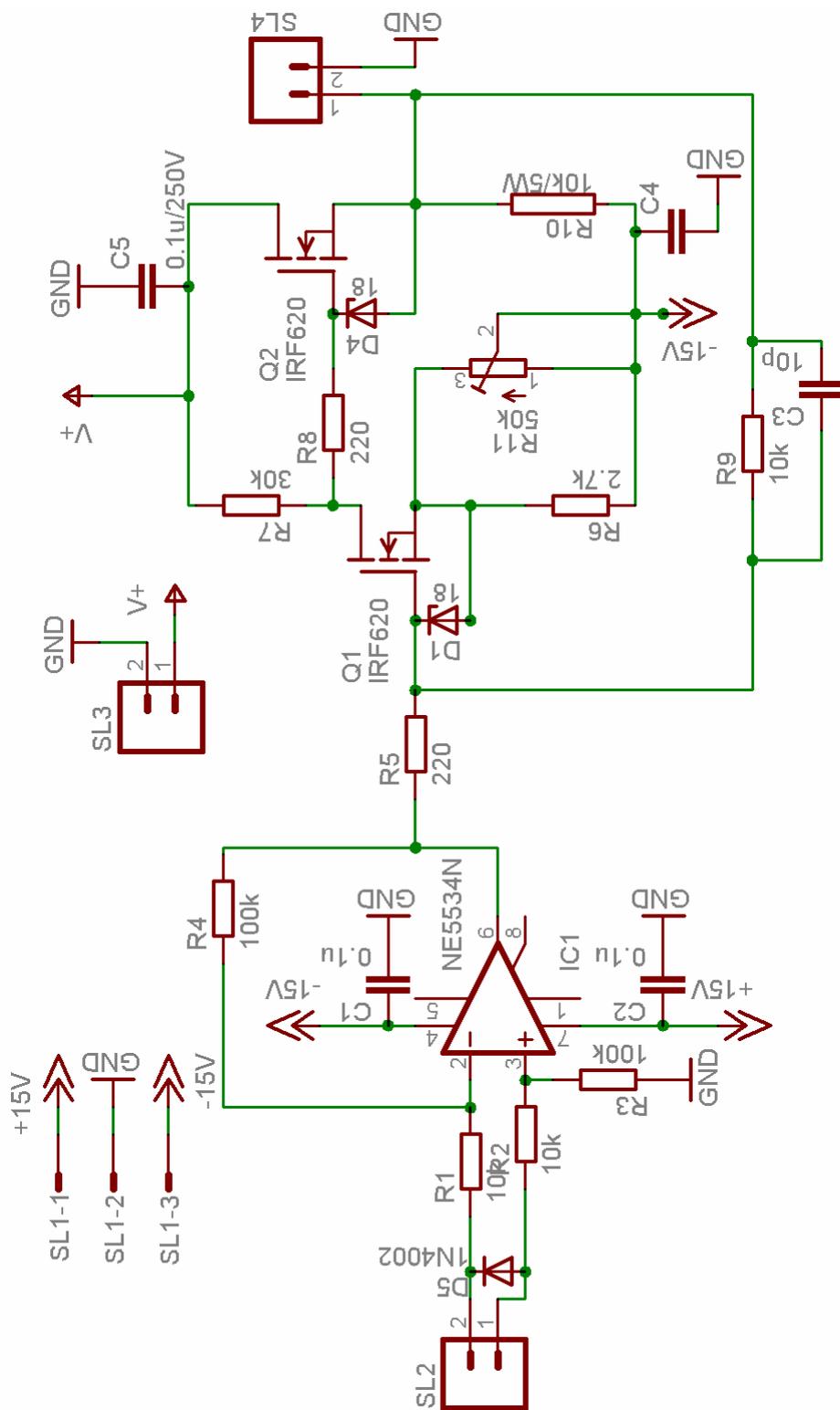


圖 6.3 High voltage amplifier

### 3 光偵測器(photodiode detector)

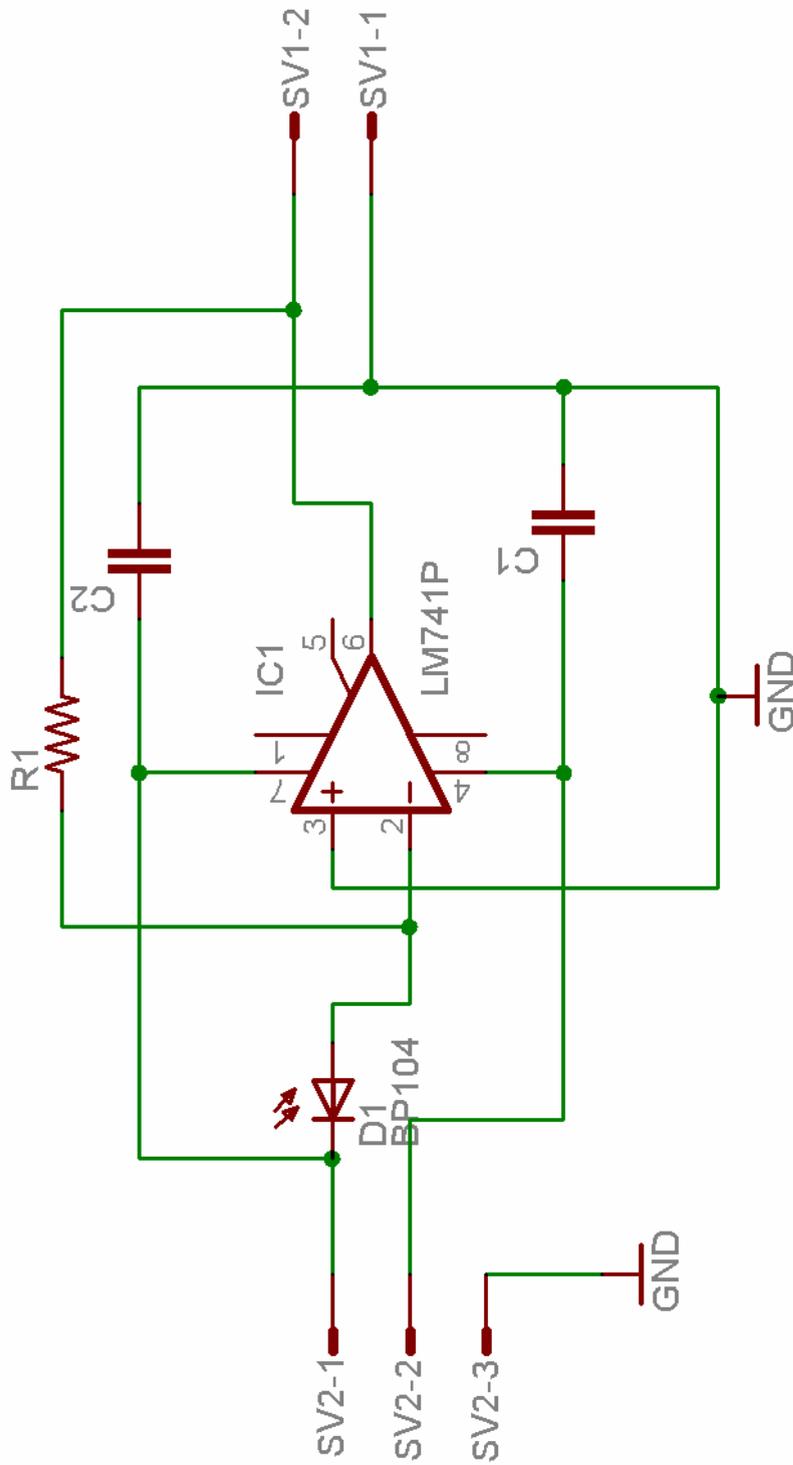


圖 6.4 photodiode detector

## 5 雷射倍頻共振腔的設計(Enhance ring cavity design)

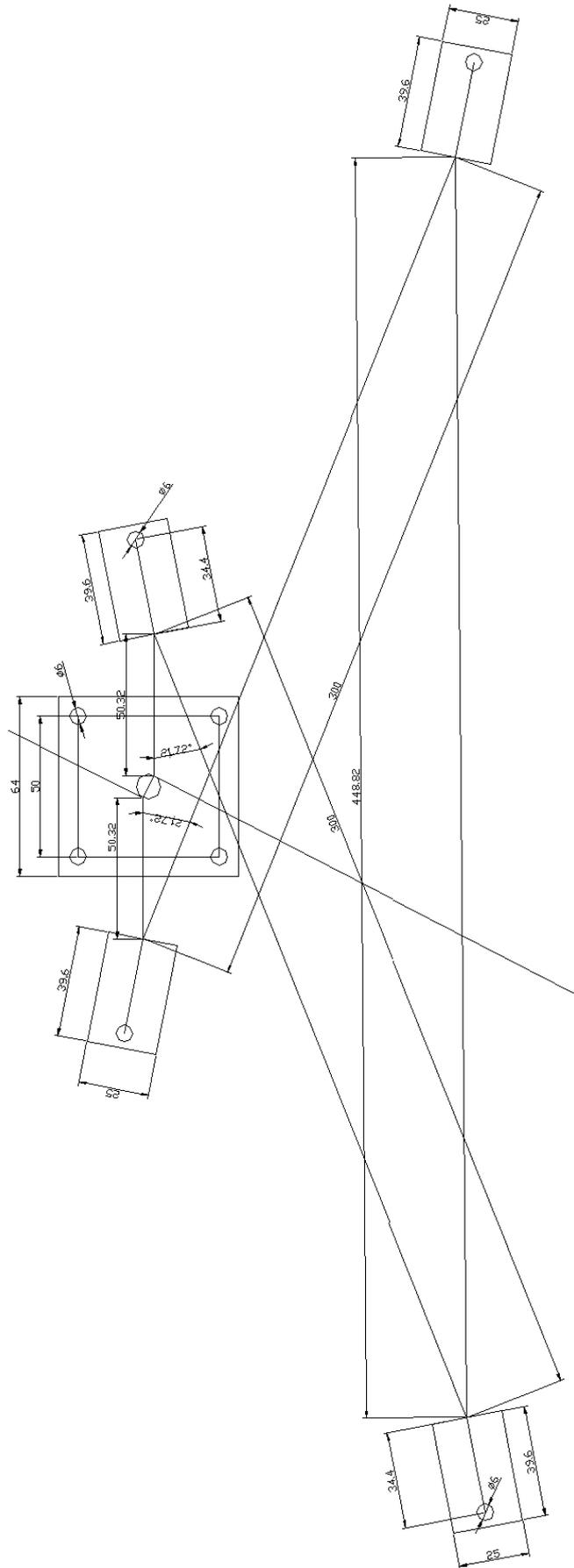


圖 6.5 Enhance ring cavity

# 參考文獻

- [1] C. S. Wood, S. C. Bennett, D. Cho, B. P. Masterson, J. L. Roberts, C. E. Tanner, and C. E. Wieman, *Science* **275**, 1759 (1997) [CAS][INSPEC].
- [2] P. A. Vetter, D. M. Meekhof, P. K. Majumder, S. K. Lamoreaux, and E. N. Fortson, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2658 (1995) [SPIRES].
- [3] S. A. Blundell, W. R. Johnson, and J. Sapirstein, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1411 (1990).
- [4] V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, P. G. Silvestrov, and O. P. Sushkov, *J. Phys. B* **20**, 3297 (1987) [ADS][INSPEC].
- [5] S. G. Porsev (private communication).
- [6] P. K. Majumder and Leo L. Tsai, *Phys. Rev. A* **60**, 267 (1999).
- [7] A. Lurio and A. G. Prodel, *Phys. Rev.* **101**, 79 (1956).
- [8] D. S. Richardson, R. N. Lyman, and P. K. Majumder *Phys. Rev. A*, **62**, 012510
- [9] I. Sh. Muzhdabaev, O. Tukhlibaev, A. T. Tursunov, and E. E. Khalilov *Opt. Spectrosc.* **93** No.3 (2002)
- [10] W. Demtroder. *Laser Spectroscopy*. Springer. 3<sup>rd</sup> edition. (2003)