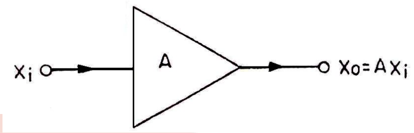
負回授

一、目的：

觀察負回授的現象，並利用它改善電晶體放大器的頻率響應和上昇時間。



二、原理：

(一)回授：

將放大器的輸出信號以某個比例送回輸入端稱為「回授」。圖 1 是一個沒有回授的放大器，它的輸出信號是輸入信號的 A 倍：

$$X_o = AX_i$$

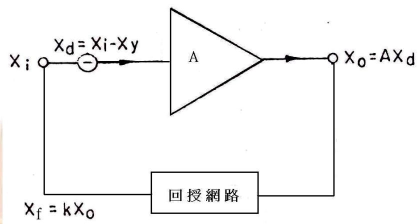


圖 2 是一個有回授的放大器，回授網路從輸出信號 X_o 取 k 的比例送回輸入端，和輸入信號相減後再送入放大器，因此

$$X_o = AX_d = A(X_i - X_f) = A(X_i - kX_o) =$$

現在放大率為

$$A_r = \frac{A}{1+Ak}$$

若 $Ak > 0$, $A_f < A$，回授後放大率減少，這種回授稱為「負回授」。若 $Ak < 0$, $A_f > 0$，回授後放大率增加，這種回授稱為「正回授」。

其實 Ak 不一定為實數，因為若輸出信號和輸入信號之間有相位差，A 是一個複數。因此要知道回授的正負，應從$(1+Ak)$的絕對值判斷，

若$|1+Ak|<1$ ， $|A_f|>|A|$，為正回授。

若$|1+Ak|>1$ ， $|A_f|<|A|$，為負回授。

到現在為止，我們所說的放大器，其輸入信號和輸出信號都是電壓。其實輸入信號和輸出信號可以是電壓也可以是電流，或者一者為電壓，一者為電流。不論那一種情形，上面的結果都可以適用。

在上面的簡單模型裡，放大器加上回授網路後其放大率仍為 A，其實放大器多少會受回授網路的影響，因此在解決實際問題時若要引用前面的結果，必須先把整個回授放大器化為「包括回授網路的負荷效應但無回授」的電路。這個過程有點複雜，我們不去敘述。

(二)負回授的優點：

放大器加了負回授以後，放大率會減少，但放大器的特性會改善很多，因此實用的電路常常採用負回授。

放大器的放大率 A 會隨著電晶體的 β 值而改變，當 β 值改變時，A_f 的改變如下：

$$\frac{\partial A_f}{\partial \beta}=\frac{\partial}{\partial \beta}\left(\frac{A}{1+kA}\right)=\frac{A}{1+kA}\frac{\partial A}{\partial \beta}-\frac{kA}{(1+kA)^2}\frac{\partial A}{\partial \beta}=\frac{A}{(1+kA)^2}\frac{\partial A}{\partial \beta}$$

將兩邊除以 A_f 可得

$$\frac{1}{A_r}\left(\frac{\partial A_f}{\partial \beta}\right)==\frac{1}{1+kA}\frac{1}{A}\left(\frac{\partial A}{\partial \beta}\right)$$

這表示: A_f 隨 β 改變的相對比率比 A 隨 β 變化的相對比率小($1+k$A)倍。令 D = 1 + kA ，上式可以改寫為

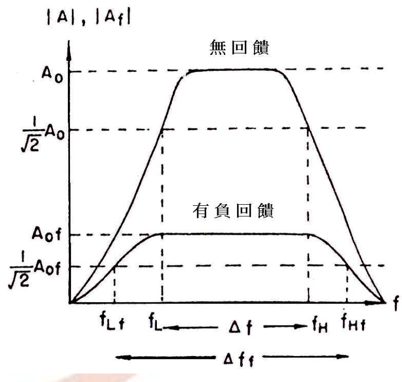
$$\frac{1}{A_r}\left(\frac{\partial A_f}{\partial \beta}\right)==\frac{1}{D}\frac{1}{A}\left(\frac{\partial A}{\partial \beta}\right)$$

D 稱為「去敏感因子」。負回授愈大時，kA 愈大，D 就愈大，A_f 就愈穩定。但 A_f 本身只有 A 的 1/ D 倍，因此，A_f 的穩定可以說是損失放大率而得到的。

其實上式的 β 改成任何能影響 A 的參數都能成立，如溫度 T，頻率 ω 等。

以 ω 代替 β ，可以得到 A_f 隨 ω 變化的比率，

$$\frac{1}{A_r}\left(\frac{\partial A_f}{\partial \omega}\right)==\frac{1}{D}\frac{1}{A}\left(\frac{\partial A}{\partial \beta}\right)$$



因此 A_f 隨 ω 變化的相對比率為 A 隨 ω 變化的相對比率的 1/ D 倍。我們從此可以推論：加了負回授後，放大器的頻寬會增加很多。

除了上述的增加穩定性，增加頻寬外，負回授還可以改變放大器的輸入阻抗和輸出阻抗。

(三)放大器的頻率響應：

圖 3 是一個簡單放大器的放大率隨頻率變化的情形，也即是頻率響應。

有上面一條曲線是沒回授的情形，在中間頻段，放大率幾乎為定值，我們以 A_o 表之。在高頻率和低頻率處放大率逐漸減少，在高頻率處，減少到 A_o 的 1/ 2 倍時的頻率稱為「高半功率點」，f_H；在低頻率處，減少到

A_o 的 1/2 倍時的頻率稱為「低半功率點」; f_L ; f_L 在 f_H 和之間的範圍，Δf，稱為頻寬。

下面一條曲線是有負回授時的情形。因為有負回授時放大率隨 f 變化的比率會比沒有回授時小很多，因此高半功率點 f_{Hf} 多 f_H 高很多，低半功率點 f_{Lf} 比 f_L 低很多，頻寬 Δf_f 比 Δf 大很多。以下我們要求出有負回授時和沒有負回授時的高半功率點低半功率點，頻寬之間的關係。

最簡單的放大器的頻率響應，在高頻時好像一個低通的 RC 濾波器，在低頻率時好像一個高通的 RC 濾波器，因此它的放大率可以為成下面形式；

在高頻時：

$$A = \frac{A_0}{1 + \frac{jf}{f_H}} \quad , \quad A_r = \frac{A_{0f}}{1 + \frac{jf}{f_{Hf}}}$$

在低頻時：

$$A = \frac{A_0}{1 - \frac{jf_L}{f}} \quad , \quad A_r = \frac{A_{0f}}{1 - \frac{jf_{Lf}}{f_{Hf}}}$$

在高頻率時

$$A_r = \frac{A}{1 + kA} = \frac{\frac{A_0}{1 + \frac{jf_L}{f_H}}}{1 + \frac{kA_0}{1 + \frac{jf}{f_H}}} = \frac{A_0}{1 + kA_0 + \frac{jf_{Lf}}{f}}$$

$$= \frac{\frac{A_0}{1 + kA_0}}{1 + \frac{jf}{(1 + kA_0) f_H}}$$

因此

$A_{0f} = \dfrac{A_0}{1 + kA} = \dfrac{A_0}{D}$ 減少為 1/D 倍

$f_{Hf} = (1 + kA_0) f_H = Df_H$ 提高為 D 倍

在低頻率時，

$$A_f=\frac{A}{1+kA}=\frac{\dfrac{\dfrac{A_0}{1-\dfrac{jf_L}{f}}}{}}{1+\dfrac{kA_0}{1-\dfrac{jf_L}{f}}}=\frac{A_0}{1+kA_0-\dfrac{jf_L}{f}}$$

$$=\frac{\dfrac{A_0}{1+kA_0}}{1-\dfrac{jf_L}{(1+kA_0)f}}$$

因此

$$A_{0f}=\frac{A_0}{1+kA}=\frac{A_0}{D}$$ 減少為 1/D 倍

$$f_{Lf}=\frac{f_L}{1+kA_0}=\frac{f_L}{D}$$ 降低為 1/D 倍

通常 $f_f << f_H$，$f_{Lf} << f_{Hf}$，

$$\Delta f_f \equiv f_{HL}-f_{Lf}\approx f_{Hf}=Df_H\approx D(f_H-f_L)=D\Delta f$$

故有負回授時的頻寬為沒有負回授時的 D 倍，但中間頻段的放大率降為 1/D 倍，故頻寬和放大率的乘積總是不變：

$$A_{0f}\Delta f_f=A_0\Delta f$$

上昇時間和高半功率成反比，沒有負回授時

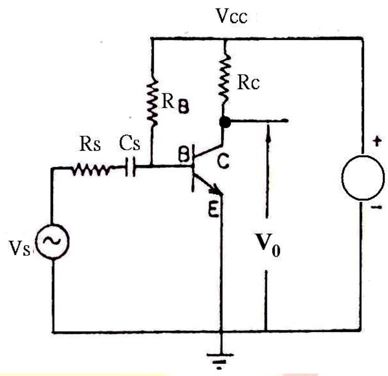
$$t_{rf}=\frac{0.35}{f_{Hf}}=\frac{0.35}{Df_H}=\frac{1}{D}t_r$$

所以負回授可以減少上昇時間。

(四)電晶體放大器－一個簡單的例子：

前面講的是較為抽象的原理，現在我們要以一個簡單的電晶體放大器做例子。

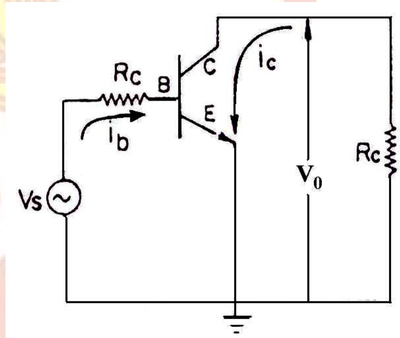
圖 4 是前面實驗使用的放大器電路。直流電源洪應 CE 之間和 BE 之間所需的偏壓。



$I_B \approx (V_{CC}-0.6)/R_B$，$I_C \approx \beta I_B$，$V_{CE}=V_{CC}-I_C R_C$。這是直流電壓，電流的值。要放大的信號，$v_s$ 經 R_s、C_s 輸入 B 極，C_s 電容用來阻擋直流電流流入信號源以免減少 I_B 電流。因為 R_B 電阻遠大於 BE 間電阻，v_s 所造成的電流大都流入 B 極。

圖 5 是圖 4 略去直流部分，只保留和交流有關的部分而得到的。流過 R_B 的交流電流極少，故可略去。直流電源對交流電流而言等於短路，故 R_C 可直接接到地。

圖 6 是圖 5 化為小信號等效電路而成。r_i， C_i 是 B，E 之間的電阻和電容。i_b 一部分流過 r_i，一部分流經 C_i。流經 C_i 的部分和 B 極內的儲存電量有關，流經 r_i 的部分正比許到達 C 極的電流。由圖 6 的等效電路可以看出



$$i_1+i_2=i_b$$

若 v_s 為頻率 ω 的正弦波，則

$$\frac{i_2}{i_1}=\frac{r_1}{\frac{1}{j\omega C_1}}=j\omega\, r_1 C_1=j\omega\,\tau$$

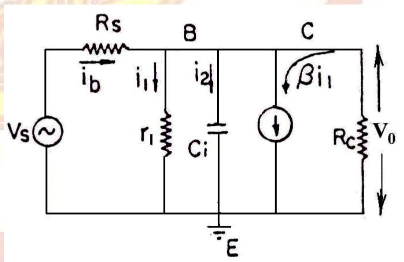
由此兩式可以得到

$$i_1=\frac{1}{1+j\omega\,\tau}i_b$$

因此

$$v_0=-\beta\, i_1 R_C=\frac{\beta R_C i_b}{1+j\omega\,\tau}\approx-\frac{\frac{\beta R_C v_S}{R_S}}{1+j\omega\,\tau}$$

放大率為



$$A\equiv\frac{v_0}{v_S}\approx-\frac{\frac{\beta R_C}{R_S}}{1+j\omega\,\tau}$$

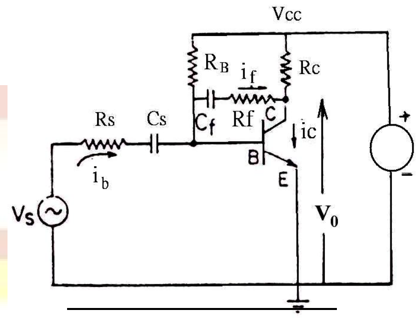
和(三)中，$A=A_o/(1+jf/f_H)$比較，可以知道

$$A_0=-\frac{\beta R_C}{R_S}$$

其中，負號表示輸出信號和輸入信號正負相反。

$$f_H = \frac{1}{2\pi\tau}$$

若 v_o 不是正弦波而是一個突然上升的階梯，則 i_b 從 0 突然上升到一個定值。



$$i_1 + i_2 = i_b$$

因為

$$i_1 = \frac{q_1}{r_1 C_1} = \frac{q_1}{\tau} \quad , \quad i_2 = \frac{dq_1}{dt}$$

代入上式，可以得到

$$\frac{dq_1}{dt} + \frac{1}{\tau} q_1 = i_b$$

其解為

$$q_1 = i_b \tau (1 - e^{-t/\tau})$$

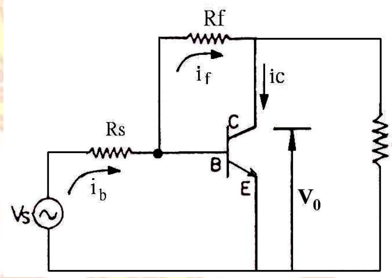
$$i_1 = i_b (1 - e^{-t/\tau})$$

因此

$$v_o = -\beta i_1 R_c = -\beta i_b R_c (1 - e^{-t/\tau})$$

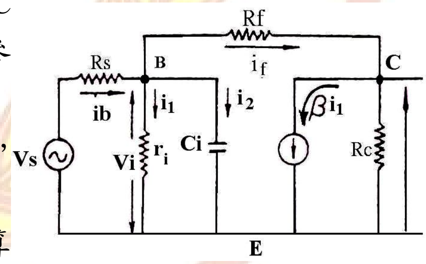
輸出訊號的上升時間

$$t_\tau = 2.2\,\tau$$



以上是沒有負回授的情形，以下我們要分析有負回授時的情形。如圖 7 所示，在 B，C 之間接一個電阻 R_f 使輸入端和輸出端之間有電流直接流通，C_f 用來阻止直流電流通過，以免改變直流偏壓，因此只有交流部分回授到輸入端。

當 v_s 為正時，i_b 的方向是流入 B 極，i_c 的方向是流入 C 極，C 極的電壓降得很低，使輸入端的電流流向 C 極，減少了流入 B 極的電流，因此這個回授是負回授(參看圖 8、9)。



通常，輸出端的電壓 v_o 比輸入端的電壓 v_i 大很多，我們計算 i_f 時可以將 R_f 的一端當作直接接地。

電流源 βi_1 流經 R_f 和 R_c，因為電流和電阻成反比，可算出

$$i_f = \frac{R_C}{R_f + R_C} \beta\, i_1$$

我們以 k 表 $R_c / (R_f + R_c)$ ，上式可以改寫成

$$i_f = k\beta i_1$$

因為 $i_1 + i_2 + i_f = i_b$ 將 i_f 代入可得

$$(1+k\beta)\, i_1 + i_2 = i_b$$

若 v_s 為正弦波

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{r_1}{\dfrac{1}{j\omega C_1}} = j\,\omega\, r_1 C_1 = j\omega\,\tau$$

將 i_2 代入上上式，可得

$$i_1 = \frac{1}{1+k\beta + j\omega\,\tau}\, i_b$$

$$v_0 \approx -\beta\, i_1 Rc \approx \frac{-\beta\, R_c \dfrac{v_s}{R_s}}{1+k\beta + j\omega\,\tau}$$

$$A_f \approx \frac{-\beta \dfrac{R_c}{R_s}}{1+k\beta + j\omega\,\tau} \approx \frac{A_0}{k\beta + \dfrac{j_f}{f_H}} = \frac{\dfrac{A_0}{1+k\beta}}{1+\dfrac{j_f}{(1+k\beta)f_H}}$$

和(三)中的 $A_f = A_{0f}/[(1+(jf+f_H)]$ 比較，可知

$$A_{0f} = \frac{A_0}{1+k\beta} \quad \text{降為} \frac{1}{1+k\beta} \text{倍，}$$

$$f_{Hf} = (1+k\beta) f_H \quad \text{昇為} (1+k\beta) \text{倍。}$$

若 v_s 不是正弦波，而是一個突然上升的階梯，則 i_b 從 0 突然上升到一個定值。因為

$$(1+k\beta)\, i_1 + i_2 = i_b$$

以 $i_1 = \dfrac{q_i}{r_i C_i} = \dfrac{q_i}{\tau}$，$i_2 = \dfrac{dq_i}{dt}$ 代入上式，可以得到

$$\frac{dq_i}{dt} + \frac{1+k\beta}{\tau} q_i = i_b$$

其解為

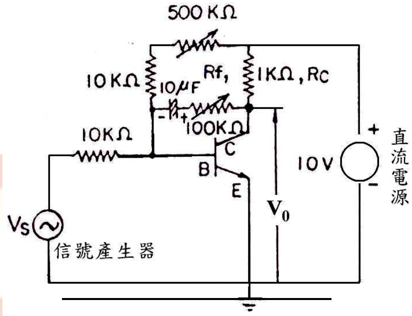
$$q_i = \frac{i_b \tau}{1+k\beta}[1 - e^{-(1+k\beta)t/\tau}]$$

$$i_i = \frac{i_b}{1+k\beta}[1 - e^{-(1+k\beta)t/\tau}]$$

$$v_0 \approx -\beta\, i_1 Rc \approx \frac{-\beta\, i_b R_c}{1+k\beta}[1 - e^{-(1+k\beta)t/\tau}]$$

因此，輸出信號的上升時間為

$$t_{rf} = 2.2\frac{\tau}{1+k\beta} = \frac{t_r}{1+k\beta}$$ ，降為 $\frac{1}{1+k\beta}$ 倍



三、儀器：

示波器，電源供給器、信號產生器、波型產生器、三用電表、數字型三用電表。

四、步驟：

圖 10 是前面實驗使用過的放大器，串聯在 CB 之間的 100kΩ可調電阻和 10μF 電容是交流信號從輸出端回授到輸入端的通路。由於電容的阻檔，直流電流無法流通，因此直流的偏壓不受影響。

注意：電解質電容有極性，反方向充電會爆炸，必須按照上圖的方向連接，不可反向連接。

(一)光調節放大器的偏壓：

1.暫不連接 100kΩ可調電阻和 10μF 電容。

2.把信號產生器的輸出調到最小。

3.調節 500kΩ可調電阻使 C 極的直流電壓為 5V。

(二)測電晶體的β值：

1.把信號產生器的輸出調大些，使放大器的輸出波形容易測量，頻率約 1kHz。

2.測量 v_o 波型的高度和 v_s 波型的高度。

3.計算β值。

$$i_c = \frac{v_0}{1k\Omega}，i_b = \frac{v_s}{10k\Omega}，\beta \approx \frac{i_c}{i_b} \approx \frac{10v_0}{v_s}，$$

(三)無回授時的放大率，頻寬和上昇時間：

1.計算 1kHz 時的放大率：$A_o = v_o / v_s$。

2.提高信號產生器的頻率，但不要改變輸出振幅的大小。觀察輸出波形隨頻率而減少的情形，記下振幅為原來的 1/2 倍時的頻率。這頻率就是這放大器的頻寬 Δf。

3.信號產生器改為輸出方形波，選擇適當的頻率，以便容易測量放大器輸出波形的上昇時間 t_τ。

4.頻寬和上昇時間的乘積是否接近 0.35 ($t_\tau \Delta f$ 035)?

(四)負回授時的放大率，頻寬和上昇時間：

l.把 100kΩ可調電阻和 10μF 電容連接在 BC 之間。

2.使信號產生器輸出 1kHz 的正弦波。

3.調節 100kΩ調電阻使放大率降為無回授時的 1 / 5。
(100kΩ可調電阻調大時，負回授變小，電阻調小時負回授就變大)

4.保持 100kΩ可調電阻的位置，測量這時候的頻寬(Δf_f)和上昇時間($t_{\tau f}$)。頻寬是否增加為無回授時的 5 倍?上昇時間是否減少為無回授時的 1/5 倍?

5.取下 100kΩ可調電阻，量其電阻，這個值就是 R_f。

6. $1 + k\beta = 1 + [R_c/(R_f+R_c)]\beta$，把已知的 R_f，R_c (= 1kΩ)和 β 值代入，所得的值是否接近 5？

五、參考資料：

1. J. Millman & A. Grabel : Microelectronics, 2nd ed., (McGraw－Hill Book company), §12-1 ~§12-9, p.507~ p.543。
2. A. S. Sedra & K, C. Smith : Microelectronic Circtits, 2nd ed., (HRW Inc.), §12-1 ~§12-2, p.671~ p.677。