

實驗 1 熟悉基本度量儀器與數據分析

編者：國立清華大學物理系教授 戴明鳳 編寫日期：2012/9/24

一、目的：

1. 認識實驗常用的幾種基本量測儀器，瞭解其設計原理，並熟悉正確的使用方法。
2. 建立實驗測量的基本概念和實驗數據的正確取法。
3. 瞭解實驗數據的誤差來源，實驗數據和誤差的正確處理流程。
4. 建構數據分析的基本常識和處理技巧。

二、數據分析原理及方法：請參閱本實驗詳細的教材講義

1. 測量值：實驗測量所得的數據有一定的精確度和誤差。

- (1) 物理量：數量 + 精密度 + 單位，如 $a.bc \pm d \times 10^n$ 公尺。
- (2) 有效數字：精確位數的數字+ 一位估計位數 (3.13 cm)，精確值由測量儀器的測量準確度決定，估計位數僅一位數。
- (3) 實驗誤差：來源有二
 - (a) 系統誤差：設備系統誤差，環境系統誤差，人為誤差
 - (b) 統計誤差和隨機誤差

2. 多次測量可提高物理量的精確度和降低誤差量：數據分析流程為，先就多次測量所得之數據求算「算數平均值」，再計算偏差。通常有下列三種不同的偏差處理方式，

$$\text{算數平均值} = \bar{x} \equiv \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

$$\text{第 } n \text{ 個測量值與算術平均值間的偏差 } d_n = x_n - \bar{x}$$

(1) 平均偏差：

$$D \equiv \frac{|d_1| + |d_2| + \dots + |d_n|}{n} = \frac{1}{n} \sum_i |d_i| \quad (2)$$

(2) 標準偏差：

$$\sigma \equiv \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2} \quad (3)$$

當數據測量次數 n 為有限時，則較正確的標準差應作如下的修正：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d_i^2} \quad (4)$$

(3) 平均標準差：

用統計理論，可以從一組點個量度的標準差 σ 算 σ_x ，其計算式為：

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_i d_i^2} \quad (5)$$

3. 統計理論：

- (1) **二項式分佈(binomial distribution)**：若一事件發生的形式只有 X 與 Y 兩種，而 X 的發生機率 p ， Y 的發生機率為 q ，故 $q = 1 - p$ 。在 N 次的實驗中， X 形式發生 n 次的機率分布如下所示，此式稱之為二項式分佈函數：

$$P_B(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \quad (6)$$

- (2) **朴松分佈(Poisson's distribution)**：當 $N \rightarrow \infty$ 時，上式二項式分佈函數趨近朴松分佈：

$$P_p(n) = \frac{m^n e^{-m}}{n!} \quad (7)$$

式中 m 為 n 的平均值，則標準偏差為 $\sigma = \sqrt{m}$ (8)

當 m 值越大，分布圖形越接近對稱，同時由(8)式可知： σ/m 越小。通常在原子物理及原子核物理實驗中，為了獲得較佳的統計誤差，多採用此統計分布。

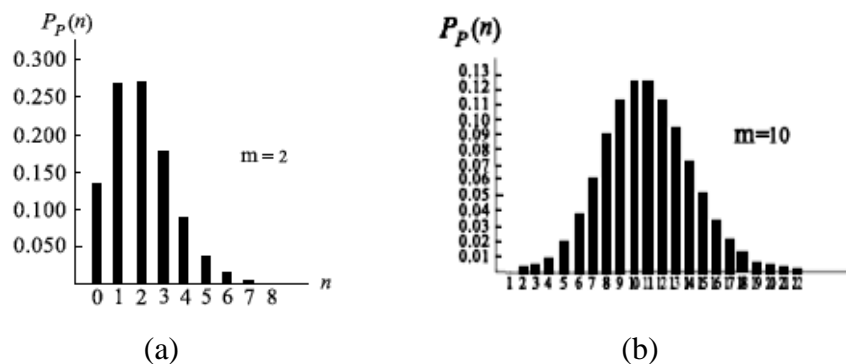


圖 1 朴松分佈曲線圖：(a) $m = 2$ ；(b) $m = 10$ 。

- (3) **常態分佈(normal distribution)**，又稱**高斯分佈(Gaussian distribution)**：當朴松分佈中的 m 非常大的情形，意即 $N \rightarrow \infty$ 且 m 也非常大時，測量值的分布情形接近如下的分布函數：

$$P_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2} \quad (9)$$

式中， x_0 為鐘形分佈之鐘頂位置的 x 座標值，即為最可能的測量結果； σ 為標準差， σ 與 x 的單位相同。一組呈常態分佈形式的數據，其算術平均值是在常態曲線的對稱中心，即 x_0 值。

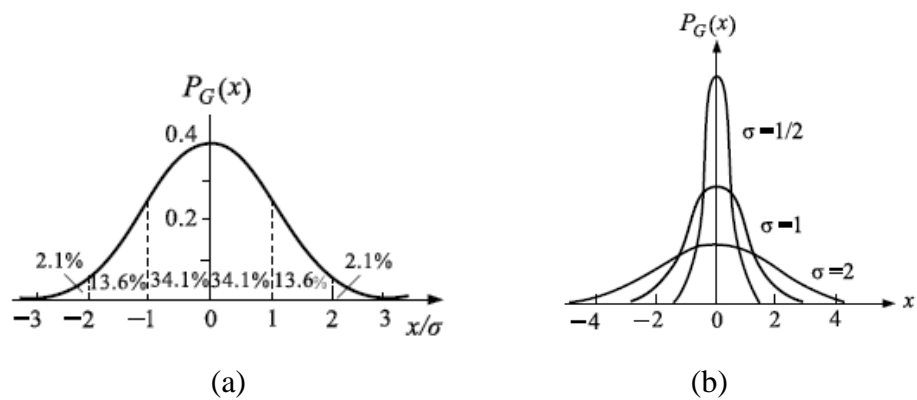


圖 2 (a) 典型的高斯常態分布函數，縱軸表示一個 x 值發生的或然率 $P_G(x)$ ，橫軸表以 σ 為單位的 x 值；圖中假設 $x_0 = 0$ 。(b) 三個不同標準差的常態分布曲線，曲線下的面積都是 1 (100%)。

4. 誤差傳遞：

物理量分為**基本量**與**導出量**，導出量是由幾個基本量經運算而得的物理量；例如密度 = 質量/體積。故導出量的平均標準差就須由測量所得之各物理量的偏差計算而得。測量所得之數據的誤差，經加、減、乘、除等四則運算，都將傳遞每一測量值的誤差，並影響最後導出量的平均值和偏差的計算結果。

假設 x 、 y 為兩個獨立的物理變數，經多次測量、計算與分析得兩物理量的平均值和偏差量分別為

$$x = \bar{x} + \sigma_x, \quad y = \bar{y} + \sigma_y$$

則 x 、 y 兩物理量加、減、乘或除後的誤差量計算分別如下

(1) 加、減的誤差傳遞：

$$z = \overline{x \pm y} = \bar{x} \pm \bar{y} \quad (11)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_{x \pm y}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (12)$$

n 個物理量相加、減後，平均標準差計算的一般式則為

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 \quad (13)$$

(2) 乘、除的誤差傳遞：

$$z + \sigma_z = \overline{xy} + \sigma_{\overline{xy}} \quad \text{或} \quad z + \sigma_z = \overline{x/y} + \sigma_{\overline{x/y}}$$

$$z = \overline{xy} = \bar{x}\bar{y} \quad \text{或} \quad z = \overline{x/y} = \bar{x}/\bar{y} \quad (14)$$

$$\left(\frac{\overline{\sigma xy}}{xy}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 \quad \text{或} \quad \left(\frac{\overline{\sigma x/y}}{x/y}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 \quad (15)$$

$$\text{一般式為} \quad \left(\frac{\sigma}{y}\right)^2 = \left(\frac{\sigma}{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{y_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\sigma}{y_n}\right)^2 \quad (16)$$

(16)式中 y 為導出量的平均值， y_1 、 y_2 、 \dots 、 y_n 為乘、除計算中每一個物理量的平均值， σ_i 為各物理量 y_i 的平均標準差。

(3) 有幕次的乘除：









$$z = \overline{x^l y^m} = \overline{x^l} \overline{y^m} = \bar{x}^l \bar{y}^m$$

$$\left(\frac{\sigma_{x^l y^m}}{x^l y^m}\right)^2 = l^2 \left(\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\right)^2 + m^2 \left(\frac{\sigma_y}{\bar{y}}\right)^2 \quad (17)$$

根據上述運算求出導出量的平均標準差後，導出量的正規表示為“平均值±平均標準差”。有時誤差以百分誤差表示，即導出量表為“ $y \pm (\sigma/y) \times 100\%$ ”。例如：某張桌子的面積為 $(1003 \pm 0.2\%) \text{ cm}^2$ 。

三、儀器：

◆ 一般直尺

			
游標尺	螺旋測微器	蓋革計數器(Gieger Counter) 和 Co60 長半衰期放射源	血壓計
			
三標天平	電子天平	精密天平	雷射測距儀

儀器使用前/時應注意事項：

1. 游標尺，螺旋測微器零點誤差及數值如何讀取(精確度)。

2. 測微器：先以大轉軸接近待測物後，轉動小轉軸到有滴答聲，每一聲表一固定壓力，以聽到 2 聲滴答即可。
3. 三樑天平：水平調整→歸零
4. 電子天平，精密天平：水平調整→歸零→參數設定(單位，檔位切換)
5. 確認各項儀器的準確度(有效位數)。
6. 蓋格計數器的工作電壓為高電壓，學生勿自行調整，由技術人員或指導教師設定。
7. 電子血壓計之壓脈帶正確量測高度於上臂與心臟同高(請參閱說明書)

四、實驗步驟：

(一) 預報必讀必做：

1. **熟悉基本儀器**：請自行上網查詢，熟悉，並寫出下列各項儀器的(1)設計/工作原理、(2)操作方式、(3)其測量的精確度和(4)使用時應注意事項。
 - (a) 游標尺
 - (b) 螺旋測微器
 - (c) 三樑天平
 - (d) 電子天平
 - (e) 精密天平
 - (f) 蓋格計數器
 - (g) 水銀式血壓機和電子血壓計
 - (h) 手持式雷射測距儀

2. **實驗數據記錄表格設計**：請先自行設計本實驗中所須使用到的各種數據紀錄表格(為預報給分的主要參考標準之一)。表格範例一為物體密度測量數據紀錄「參考」表。

(二) 測量待測物的密度：待測物由教師或助教決定 1-2 種物體，請勿與前一學年度所選擇的待測物體相同。

1. **長度測量**：用一般直尺，游標尺，螺旋測微器測量待測物之各向度的尺寸(如矩型體的長、寬、高或球形體的直徑)各 10 次，建議兩位組員輪流各做 5 次。

注意事項：

- (1) 以一般直尺測量，不一定需從尺的零點開始測，建議每次採用直尺不同位置測定。
- (2) 游標尺和螺旋測微器每次使用前均需做零點的誤差校正。
2. **質量測量**：用三樑天平，電子天平，精密天平測量待測物體的質量各 10 次，建議兩位組員輪流各做 5 次。天平使用前請務必做水平調整與歸零。
3. **測量值之數據分析**：計算與分析所有直接測量所得之數據的平均值和常用三種偏差值(平均偏差、標準偏差及平均標準偏差)；並比較三種偏差值的差異。
4. **導出量密度與誤差傳遞計算**：請列出密度導出量計算的詳細過程，並詳列各計算過程中，所有導出量的誤差傳遞情形、計算過程方法和結果。
5. **問題**：
 - (1) 本實驗中的各項直接測量量和導出量的誤差來源。

- (2) 增加某一物理量的測量次數，對數據的準確度和偏差會有何影響？
- (3) 形狀不規則的物體如何獲得測量其體積和密度？請寫出詳細的測量過程。
- (4) 從本實驗中您獲得哪些技巧和實驗心得？

表格範例一 待測物體名稱：_____

物理量	質量 (g)						待測體長度(如直徑或長、寬、高) (cm)					
	M1		M2		M3		R1		R2		R3	
物理量代號	M1		M2		M3		R1		R2		R3	
測量儀器 (型號：??)	三樑天平		一般電子天平		分析電子天平		一般直尺		游標尺		螺旋測微計	
準確度												
有效位數												
測量值/誤差	測量值	誤差	測量值	誤差	測量值	誤差	測量值	誤差	測量值	誤差	測量值	誤差
測量# 1												
測量# 2												
測量# 3												
測量# 4												
測量# 5												
測量# 6												
測量# 7												
測量# 8												
測量# 9												
測量#10												
平均值												
平均偏差												
標準偏差												
平均標準偏差												
導出量	體積		體積表示結果				密度		密度表示結果			
平均值												
平均偏差												
標準偏差												
平均標準偏差												

(三) 統計分析：以蓋格計數器測量鈷 60 (Co^{60}) 輻射源的輻射率，即在特定時間間隔內的輻射計量。因鈷 60 輻射源的半衰期長達 5.27 年，故在半天的實驗課期間內， Co^{60} 輻射源的輻射計量雖不見得完全相同，但大致相同。

1. 蓋革計數器的簡易操作說明貼於儀器的上方，高電壓源(400-800V 之間)技術員已設定好，請勿異動。設定輻射計數時間間隔為 0.5 min，即每 30 秒計數一次。
2. 紀錄每 30 秒顯示一次的輻射計數值，連續紀錄 50 次輻射計量值。
3. 收集其他組使用同一計數器所記錄的數據。同一計數器若有 n 組共用，則共得 $50n$ 個數據。

4. 分別就自己所測量的 50 個數據，50 個/組 x 2 組，50 個/組 x 3 組，...50 個/組 x n 組等數據量繪製 n 條數據分布曲線。
5. 解釋所得之曲線所呈現的物理意義，並比較這些分布曲線的變化趨勢和半寬高結果。
6. 使用(1)式及(8)式，並根據自己所紀錄的 50 個數據，及 50 個/組 x 2 組，50 個/組 x 3 組，...50 個/組 x n 組等計數值，分別計算不同數據量之輻射計量的平均值、標準差和平均標準差。
7. 將計算所得的結果和分布曲線圖所觀測到的結果與趨勢做比較。

(四) 以電子血壓計測量自己的血壓：

1. 每隔 5 分鐘，量測並記錄一次自己的高血壓和低血壓值，連續測 9 次。
2. 根據所得數據，計算自己血壓的平均值、平均偏差值、標準差及平均標準差。

(五) 雷射測距：

1. 以手持式雷射測距儀測量指定空間的長、寬、高，並計算其面積大小和坪數。

五、問題：

1. 量金屬圓柱體的高度和直徑時，應該在同一位置量多次，還是不同位置與不同方向都要量？為什麼？
2. 為什麼用直尺量長度多次時，且每次要取自直尺不同的位置？
3. 一個長方形物體的長、寬各測十次，計算面積時應以長度平均值與寬度之平均值相乘，或是長、寬一對一相乘後再平均？說明理由。
4. 誤差來源有系統誤差及統計誤差，請解釋之。此實驗所使用的儀器之系統誤差有哪些？
5. 設計一準確度為 0.02 mm 的游標尺。
6. 試將步驟(三)所得之數據分布圖與朴松分佈及高斯分佈做比較。
7. x^2 的標準差利用(15)式和(18)式計算所得的結果有何不同？那一種是正確的？為什麼？
8. 電子血壓計的量測原理為何？
9. 準確度與精密度的差異。